УДК-51.7

ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМ (НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА, ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА, РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА, ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА, КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА).

Шатохин Д. А., Ефимцева И. Б.

ФГБОУ ВО «Курский государственный университет», колледж коммерции, технологий и сервиса, Россия, Курск e-mail dinashatokhin5@gmail.com

В незапамятные времена, научившись считать, люди познали меру количества – число. Число-одно из основных понятий математики, зародилось в глубокой древности и постепенно расширялось и обобщалось. В своей жизни каждый из нас сталкивается с числами. Предполагается, что ознакомление и изучение комплексных чисел позволяет расширить познания во многих разделах математики, вооружит их дополнительным инструментом для решения различных задач.
Ключевые слова: числа, числовые системы, математика, теории

CONSTRUCTION OF NUMERICAL SYSTEMS (NATURAL NUMBERS, INTEGERS, RATIONAL NUMBERS, REAL NUMBERS, COMPLEX NUMBERS).

Shatokhin Dmitry, Efimtseva Irina

Kursk state University, College of Commerce, technology and service, Kursk, Russia, e-mail dinashatokhin5@gmail.com

In ancient times, when people learned to count, they learned the measure of quantity-the number. Number-One of the basic concepts of mathematics, originated in ancient times and gradually expanded and generalized. It is assumed that the introduction and study of complex numbers by students will allow them to deepen their knowledge in many areas of mathematics, will equip them with an additional tool for solving various problems.
Keywords: numbers, numerical systems, mathematics, theories

Процесс расширения понятия числа от натуральных к действительным был связан как с потребностями практики, так и с нуждами самой математики. Древнегреческие учёные считали «настоящими» только натуральные числа, но в практических расчётах за два тысячелетия до н.э. в Древнем Вавилоне и в Древнем Египте уже использовались дроби. Следующим важным этапом в развитии понятия о числе было появление отрицательных величин. Их ввели китайские ученые за два века до н. э., а древнегреческий математик Диофант в III веке н. э. уже умел производить действия над отрицательными числами.

Компания действительных чисел очень пёстрая – здесь и целые числа, и дроби, иррациональные числа. При этом каждой точке числовой обязательно соответствует некоторое действительное число. В XIII веке стали извлекать квадратные корни из положительных чисел и установили, что с числами отрицательными эта операция невозможна. Но в XVI веке в связи с изучением кубических уравнений математики столкнулись проблемой: в связи с изучением кубических уравнений оказалось необходимым извлекать квадратные корни из отрицательных чисел.Название «мнимые числа» в 1637 году было введено французским математиком и философом Р. Декартом.

в 1777 году один из крупнейших алгебраистов XVIII века - Л. Эйлер - предложил использовать первую букву французского слова imaginaire (мнимый) для обозначения числа i. Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К. Гауссу. Термин “комплексные числа” также был введен Гауссом в 1831 году. Слово комплекс (от латинского complexus) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т. д., образующих единое целое. В течение XVII века продолжалось обсуждение арифметической природы мнимых чисел, возможности дать им геометрическое обоснование.

Постепенно развивалась техника операций над комплексными числами. На рубеже XVII – XVIII веков была построена общая теория корней n-й степени сначала из отрицательных, а впоследствии и из любых комплексных чисел. В конце XVIII века французский математик Ж. Лагранж смог сказать, что математический анализ уже не затрудняют мнимые величины. С помощью комплексных чисел научились выражать решения линейных дифференциальных уравнений с постоянным коэффициентом. Такие уравнения встречаются, например, в теории колебаний материальной точки в сопротивляющейся среде.

Бернулли применил комплексные числа для вычисления интегралов.

Хотя в течение XVIII века с помощью комплексных чисел были решены многие вопросы, в том числе и прикладные задачи, связанные с картографией, гидродинамикой и т. д., однако еще не было строго логического обоснования теории этих чисел. Поэтому французский ученый П. Лаплас считал, что результаты, получаемые с помощью мнимых чисел, - только наведение, приобретающие характер настоящих истин лишь после подтверждения прямыми доказательствами.

В конце XVIII – начале XIX веков было получено геометрическое истолкование комплексных чисел. Датчанин Г. Вессель, француз Ж. Арган и немец К. Гаусс независимо друг от друга предложили изображать комплексное число $z = a + bi$ точкой M (a, b) на координатной плоскости. Позднее оказалось, что еще удобнее изображать число не самой точкой M, а вектором OM, идущим в эту точку из начала координат. При таком истолковании сложению и вычитанию комплексных чисел соответствуют эти же операции над векторами.

Геометрические истолкования комплексных чисел позволили определить многие понятия, связанные с функциями комплексного переменного, расширило область их применения.

Стало ясно, что комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами на плоскости: при изучении течения жидкости, задач теории упругости, в теоретической электротехнике.

Большой вклад в развитие теории функций комплексной переменной внесли русские и советские ученые: Р.И. Мусхелишвили занимался ее приложениями к теории упругости, М.В. Келдыш и М.А. Лаврентьев – к аэродинамике и гидродинамике, Н. Н. Боголюбов и В.С. Владимиров – к проблемам квантовой теории поля.

Если любое действительное число может быть геометрически представлено в виде точки на числовой прямой, то комплексное число представляется точкой на плоскости, координатами которой будут соответственно действительная и мнимая части комплексного числа Буквой R принято обозначать множество действительных чисел. Множество комплексных чисел принято обозначать буквой C. При этом горизонтальная ось будет являться действительной числовой осью, а вертикальная - мнимой осью.

Таким образом, на оси OX располагаются действительные числа, а на оси OY – чисто мнимые.

Правила оформления чертежа практически такие же, как и для чертежа в декартовой системе координат. По осям нужно задать размерность, отметить: ноль; единицу по действительной оси; мнимую единицу по мнимой оси.

Слово «комплексный» в переводе с латинского означает «составной», «сложный». Несмотря на то, что оперировать с комплексными числами ничуть не сложнее, чем с действительными, до начала девятнадцатого столетия комплексные числа рассматривались как очень сложный, темный, почти мистический объект.

С упорством, достойным лучшего применения, велась длительная борьба между сторонниками и противниками «мнимых» чисел. Главное возражение противников заключалось в следующем: выражение вида a + ib лишено смысла, поскольку i не является действительным числом, а значит, и вообще не является числом; поэтому i нельзя умножать на действительное число.

Чтобы поставить теорию комплексных чисел на прочный фундамент, необходима была явная её конструкция, лучше всего – геометрическая. Желание иметь геометрическую реализацию множества комплексных чисел не случайно, если вспомнить, что и множество действительных чисел не отделимо для нас от «действительной прямой» с фиксированной на ней точкой, изображающей 0, и с фиксирующим масштабом, определяемым положением числа 1. Впервые изображение геометрических действий над комплексными числами было дано датским геодезистом К. Весселем в 1799 году и независимо от него французским математиком Ж. Арганом в 1806 году. Однако общее признание оно получило лишь в тридцатые года восемнадцатого столетия после работ немецкого математика Ф. Гаусса и английского математика У. Гамильтона. Идея геометрической интерпретации комплексных чисел заключается в том, что они изображаются не точками прямой, как действительные числа, а точками плоскости.

Комплексное число z = a + b·i изображается на плоскости с декартовыми прямоугольными координатами точкой, имеющей координаты (a; Ь). Эта точка обозначается той же буквой z. Действительные числа изображаются точками оси абсцисс, а чисто - мнимые – точками оси ординат.

Комплексное число изображается также вектором на комплексной плоскости с началом в точке O и концом в точке M.

Список литературы:

Молдаванский Д.И. «Элементы теории множеств и алгебры. Натуральные числа. Целые числа. Рациональные числа. Действительные числа. Комплексные числа»,- М.: Просвещение, 2019., -345 с.

Феферман С. Числовые системы. Обоснования алгебры и анализ.- м.: Наука, 1971.- 440с.

Нечаев В.И. Числовые системы. – м.: Просвещение, 1975.- 199с.

https://www.chitai-gorod.ru/catalog/book/1085375/

Смолин Ю.Н. Числовые системы.- м.: Флинта, 2009.-111 с.