

УДК

### Методика изучения темы «Объемы тел»

**Чугунова А.А.**

Шуйский филиал ИвГУ 155908, Ивановская область, г. Шуя, ул. Кооперативная, д.24,

**Email:** sgpu@sspu.ru

**Аннотация:** В статье рассматриваются методические особенности и трудности изучения темы «Объемы тел». Актуальность темы обусловлена тем, что она является одной из центральных в средней школе и, соответственно, проблема организации уроков по данной теме также актуальна. Если педагог не знает методики и особенностей проведения уроков, то обучающиеся не смогут усвоить материал.

**Ключевые слова:** методика изучения, объемы тел, стереометрия, формулы

Для продуктивной деятельности в современном информационном мире требуется достаточно прочная базовая математическая подготовка, поэтому изучение темы «Объемы тел» очень актуально, так как они необходимы для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования.

Тема «Объемы тел» - одна из центральных тем в курсе стереометрии средней школы. Проблема организации уроков по изучению объемов тел одна из самых актуальных, так как она занимает значительную часть в курсе стереометрии. Если педагог не знает методики, особенностей проведения уроков по тому или иному учебнику, то в классе не может идти речи об усвоении программного материала по математике.

Тема «Объемы тел вращения» изучается в 11 классе. Подготовительной работой к началу изучения темы «Объемы тел вращения» может служить повторение темы «тела вращения», свойств и формул площадей тел вращения.

Необходимо напомнить известным учащимся понятия, подчеркнуть, что каждая из этих поверхностей ограничивает некоторое геометрическое тело и отделяет его от остальной части пространства. Если следовать строго дедуктивному пути изложения школьного курса стереометрии по учебнику Атанасяна, надо определить такие понятия как «геометрическое тело», «ограниченность тела», «простое тело», которые лежат в основе определения объема. Однако на любом этапе обучения в школе следует руководствоваться принципом педагогической целесообразности при введении понятия. В данном случае, как понятие геометрического тела, так и понятие ограниченности тела, педагогически целесообразно считать интуитивно ясным для учащихся из их опыта и не давать им формально-логические определения, которые окажутся недоступными для всех учащихся. Этот материал могут прочитать самостоятельно наиболее подготовленные учащиеся, проявляющие повышенный интерес к математике.

Принципиальные трудности, возникающие при изучении объемов, имеют определенную специфику. Так как для измерения объемов сравнение с единичным кубом

практически вообще невозможно, ему на смену всегда приходит измерение косвенное. В то же время такой момент, как необходимость ввести новое определение понятия объема для фигур вращения, уже не вызывает у учащихся недоумения, так как этот новый подход уже применялся при вычислении площадей.

Принципиальным моментом в теории объемов тел является обоснование формулы для учащихся, которое является достаточно трудным и сложным. Структурная сложность доказательства подсказывает, что при его изучении целесообразно воспользоваться приемами выделения логической структуры доказательства (разбиения доказательства на отдельные шаги, составление логико-структурной схемы доказательства и т.д.). Наличие в доказательстве трудных для понимания рассуждений говорит о целесообразности использования приемов конкретизации, моделирования и т.д.

Существуют два подхода к определению объема:

1 подход. Понятие объема вводится аксиоматически. Объем - это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

- равные тела имеют равные объемы;
- если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объем этого тела равен сумме объемов его частей;
- объем куба, ребро которого равно единице длины, равен единице.

Такой подход реализован в учебнике Л.С. Атанасяна.

2 подход. Понятие вводится конструктивно. Будем считать, что каждое из рассматриваемых нами тел имеет объем, который можно измерить с помощью выбранной единицы измерения объемов. За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см<sup>3</sup>. Дальнейшее изучение происходит по-разному.

Во всех учебниках первой формулой вводится объем прямоугольного параллелепипеда, как произведения трех его измерений. В учебниках для углубленного изучения математики материал построен таким образом, что сначала сформированные наглядные представления расширяются, причем отталкиваясь от реальности. Затем, переходя от наглядности, осуществляется точная словесная формулировка. Так, например, доказывается теорема об объеме прямого цилиндра. Призма рассматривается как частный случай - это цилиндр, но с другим основанием. Аналогичным образом вводится объем конуса, а отсюда получаем как следствие объем пирамиды.

Выводы формул для вычисления объемов стереометрических фигур, таких как наклонная призма, пирамида, конус, шар, шаровой сегмент возможны по единому алгоритму с помощью интегрального исчисления. Он нетруден, компактен и интересен. Учитель может

экономить время учебной программы и решить данную задачу за 1-2 урока, появляется возможность использовать высвобожденное время на решение задач для подготовки к ЕГЭ. А мотивированные учащиеся смогут быстро восстановить формулы объемов геометрических тел на экзаменах.

Проанализировав учебные пособия по данной теме можно сделать вывод, что в учебнике Л.С. Атанасяна изложение материала и построение курса более понятно для изучения школьниками.

Основная цель изучения темы «Объемы тел вращения» в курсе стереометрии - развитие пространственных представлений учащихся, освоение способов вычисления практически важных величин и дальнейшее развитие логического мышления учащихся. На современном этапе обучения наиболее целесообразным является конструктивный способ введения понятия «Объем тела вращения».

В существующих на сегодняшний день учебниках по геометрии, как правило, формулировка задач на доказательство является краткой и лаконичной, в связи с чем теоретическая ценность ее решения улавливается обучающимся достаточно слабо. Поэтому важной задачей учителя является представление задачи таким образом, чтобы вызвать интерес к ее решению как у можно больше числа учеников. Для реализации данной цели универсального приема не существует, однако, для активизации интереса обучающихся к решению задачи можно использовать следующие основные приемы:

- показать ученикам, как теоретическая задача возникает из практической;
- изложение условия задачи в занимательной форме;
- применение проблемной постановки вопроса к задаче и пр.

Рассмотрим более подробно реализацию каждого из названных выше этапов на примере следующей задачи: определить какой четырехугольник получается в результате последовательного соединения середин любого выпуклого четырехугольника.

Для начала учитель может предложить каждому ученику построить произвольный четырехугольник. При условии аккуратного построения ученики заметят, что получается параллелограмм, что и будет открытием гипотезы.

Далее возникает проблемная ситуация, так как у многих обучающихся будут частные виды параллелограмма (ромб, квадрат или прямоугольник). Поэтому проблемная ситуация может быть обозначена следующим образом: от каких особенностей исходного четырехугольника это зависит.

После обсуждения учитель предлагает обучающимся доказать, что полученная фигура является параллелограммом, для чего необходимо:

- знать, от чего зависит вид параллелограмма;

- выполнить чертеж;
- записать доказательство.

Данные рекомендации можно оформить в виде плаката или слайда. Проверка справедливости доказательства:

1. Прочитайте формулировку утверждения задачи. Выделите условие и заключение.
2. Проверьте выполнение утверждения на нескольких частных примерах.
3. Если хотя бы в одном примере утверждение не подтверждается, то следует опровергнуть тезис известными способами (приведения контрпримера, выведения из тезиса ложного следствия или доказательство утверждения, противоречащего данному).
4. Если же тезис подтверждается во всех случаях или его не удастся опровергнуть известными способами, то приступайте к проверке аргументации.
5. Если аргумент опровергается, то доказательство отклоняется. Если же нет - то можно переходить к проверке демонстрации.
6. Если в приведенной демонстрации ошибки не установлены, то делается вывод об истинности проведенного доказательства. Если обнаруживаются ошибки - то доказательство отклоняется. При анализе различных подходов к решению геометрических задач, различных теорий поиска их решения, опираясь на научные концепции исследовательской и творческой деятельности, можно выделить систему исследовательских умений при решении задач на доказательство. Именно такие умения составляют исследовательскую деятельность учащихся на самом первом её этапе. Такая деятельность должна быть сильна всем учащимся, однако, уровень и скорость овладения ею у каждого ученика свои.

Тема «Объемы тел» одна из сложных, но в то же время нужных тем в курсе 10-11 классов. В ней собрано и обобщено много знаний из планиметрии и стереометрии. На современном этапе развития математического образования наблюдается тенденция пересмотра его приоритетных целей. В частности, ведущее место в системе математического образования на современном этапе занимает интеллектуальное развитие личности обучающегося, а также формирование у них качеств математического мышления, необходимых для полноценной жизни в обществе.

#### **Список литературы:**

1. Геометрия 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. 5-е изд. М.: Просвещение, 2015. – 383с.
2. Геометрия. Учебник для 7 – 9 классов. Погорелов А.В. 2-е изд. М.: Просвещение, 2014. – 240 с.
3. Готман Э.Г., Скопец З.А. Задача одна – решение разные: Геометрические задачи: кн. для учащихся. М.: Просвещение, 2017. – 224 с.

4. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 456 с.
5. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений. Кн. для учителя. М.: Просвещение, 2016. –256 с.