

УДК-51.7

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Ефимцев И. В.**

ФГБОУ ВО «Юго- Западный государственный университет», механико-технологический факультет, Россия, Курск e-mail

**Математическое программирование ("планирование") – это раздел математики, занимающийся разработкой методов отыскания экстремальных значений функции, на аргументы которой наложены ограничения. Методы математического программирования используются в экономических, организационных, военных и др. системах для решения так называемых распределительных задач.**

**Распределительные задачи (РЗ) возникают в случае, когда имеющихся в наличии ресурсов не хватает для выполнения каждой из намеченных работ эффективным образом и необходимо наилучшим образом распределить ресурсы по работам в соответствии с выбранным критерием оптимальности.**

Ключевые слова: числа, математика, теории

## MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMIC PROBLEMS

**Efimtsev I. V.**

Southwestern state University, faculty of mechanics and technology, Kursk, Russia e-mail: bkmz2510@mail.ru

**Mathematical programming ("planning") is a branch of mathematics engaged in the development of methods for finding extreme values of a function, the arguments of which are constrained. Methods of mathematical programming are used in economic, organizational, military and other systems to solve the so-called distribution problems. Distribution tasks (RS) arise in the case when the available resources are not enough to carry out each of the scheduled works in an effective manner and it is necessary to distribute the resources in the best way in accordance with the selected optimality criterion.**

Keywords: numbers, mathematics, theories

**Математическое программирование** ("планирование") – это раздел математики, занимающийся разработкой методов отыскания экстремальных значений функции, на аргументы которой наложены ограничения. Методы математического программирования используются в экономических, организационных, военных и др. системах для решения так называемых **распределительных задач**. Распределительные задачи (РЗ) возникают в случае, когда имеющихся в наличии ресурсов не хватает для выполнения каждой из намеченных работ эффективным образом и необходимо наилучшим образом распределить ресурсы по работам в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

**Линейное программирование** (ЛП) является наиболее простым и лучше всего изученным разделом математического программирования. Характерные черты задач ЛП следующие:

- 1) показатель оптимальности  $L(X)$  представляет собой *линейную* функцию от элементов решения  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;
- 2) ограничительные условия, налагаемые на возможные решения, имеют вид *линейных* равенств или неравенств.

#### **Общая форма записи модели задачи ЛП**

Целевая функция (ЦФ)

$$L(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min),$$

при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq (\geq, =)b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq (\geq, =)b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq (\geq, =)b_m, \\ x_1, x_2, \dots, x_k \geq 0 (k \leq n). \end{cases} \quad (1.1)$$

При описании реальной ситуации с помощью линейной модели следует проверять наличие у модели таких свойств, как пропорциональность и аддитивность.

**Пропорциональность** означает, что вклад каждой переменной в ЦФ и общий объем потребления соответствующих ресурсов должен быть *прямо пропорционален* величине этой переменной. Например, если продавая  $j$ -й товар в общем случае по цене 100 рублей, фирма будет делать скидку при определенном уровне закупки до уровня цены 95 рублей, то будет отсутствовать прямая пропорциональность между доходом фирмы и величиной переменной  $x_j$ . Т.е. в разных ситуациях *одна* единица  $j$ -го товара будет приносить *разный* доход. **Аддитивность** означает, что ЦФ и ограничения должны представлять собой сумму

вкладов от различных переменных. Примером нарушения аддитивности служит ситуация, когда увеличение сбыта одного из конкурирующих видов продукции, производимых одной фирмой, влияет на объем реализации другого.

**Допустимое решение** – это совокупность чисел (план)  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , удовлетворяющих ограничениям задачи (1.1).

**Оптимальное решение** – это план, при котором ЦФ принимает свое максимальное (минимальное) значение.

Прежде чем построить математическую модель задачи, т.е. записать ее с помощью математических символов, необходимо четко разобраться с экономической ситуацией, описанной в условии. Для этого необходимо с точки зрения *экономики*, а не математики, ответить на следующие вопросы:

- 1) Что является *искомыми величинами* задачи?
- 2) Какова *цель* решения? Какой *параметр* задачи служит критерием эффективности (оптимальности) решения, например, прибыль, себестоимость, время и т.д. В каком *направлении* должно изменяться значение этого параметра (к max или к min) для достижения наилучших результатов?
- 3) Какие *условия* в отношении искомых величин и ресурсов задачи должны быть выполнены? Эти условия устанавливают, как должны соотноситься друг с другом различные параметры задачи, например, количество ресурса, затраченного при производстве, и его запас на складе; количество выпускаемой продукции и емкость склада, где она будет храниться; количество выпускаемой продукции и рыночный спрос на эту продукцию и т.д.

Только после экономического ответа на все эти вопросы можно приступать к записи этих ответов в *математическом* виде, т.е. к записи математической модели.

1) Искомые величины являются *переменными* задачи, которые как правило обозначаются малыми латинскими буквами с индексами, например, однотипные переменные удобно представлять в виде  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

2) Цель решения записывается в виде *целевой функции*, обозначаемой, например,  $L(X)$ . Математическая формула ЦФ  $L(X)$  отражает способ расчета значений параметра – критерия эффективности задачи.

3) Условия, налагаемые на переменные и ресурсы задачи, записываются в виде системы равенств или неравенств, т.е. *ограничений*. Левые и правые части ограничений отражают способ получения (расчет или численные значения из условия задачи) значений тех параметров задачи, на которые были наложены соответствующие условия.

В процессе записи математической модели необходимо указывать единицы измерения переменных задачи, целевой функции и всех ограничений.

#### Список использованной литературы

1. Акопов, А. С. Имитационное моделирование. Учебник и практикум / А.С. Акопов. - М.: Юрайт, 2015. - 390 с.
2. Бабешко, Л. О. Математическое моделирование финансовой деятельности. Учебное пособие / Л.О. Бабешко. - М.: КноРус, 2016. - 224 с.
3. Белов, П. Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование. Учебник и практикум. В 3 частях. Часть 2 / П.Г. Белов. - М.: Юрайт, 2016. - 252 с.
4. Бродецкий, Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Процедуры оптимизации / Г.Л. Бродецкий, Д.А. Гусев. - М.: Academia, 2012. - 288 с.
5. Введение в математическое моделирование. Учебное пособие. - М.: Логос, 2015. - 440 с.
6. Галеев, Э. М. Оптимизация. Теория, примеры, задачи. Учебное пособие / Э.М. Галеев. - М.: Ленанд, 2015. - 344 с.
7. Гордеев, А. С. Моделирование в агроинженерии. Учебник / А.С. Гордеев. - М.: Лань, 2014. - 384 с.
8. Дубина, И.Н. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИГР / И.Н. Дубина. - Москва: **Огни**, 2015. - 304 с.
9. Ерофеев, В.Т. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике: Курс лекций / В.Т. Ерофеев, И.С. Козловская. - Москва: **Огни**, 2016. - **310** с.
10. Иваницкий, А. Ю. Теория риска в страховании: моногр. / А.Ю. Иваницкий. - М.: Факториал Пресс, 2007. - 128 с.
11. Иванов, С. А. Моделирование процессов коммуникации в научном сообществе. Устойчивые статистические распределения в коммуникационных системах / С.А. Иванов. - М.: Либроком, 2010. - 120 с.
12. Информатика и прикладная математика. Учебное пособие. - М.: АСВ, 2016. - 588 с.
13. Колесин, И. Д. Стратегии управления в медико-социальных системах. Учебное пособие / И.Д. Колесин, Е.А. Губар, Е.М. Житкова. - Москва: **Гостехиздат**, 2014. - 128 с.
14. Лугинин, О. Е. Экономико-математические методы и модели. Теория и практика с решением задач / О.Е. Лугинин, В.Н. Фомишина. - М.: Феникс, 2009. - 448 с.
15. Математические модели систем управления. Учебное пособие. - М.: Издательство СПбГУ, 2000. - **340** с.
16. Моделирование систем / И.А. Елизаров и др. - М.: ТНТ, 2013. - 136 с.
17. Морозов, В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях / В.В. Морозов, А.Г. Сухарев, В.В. Федоров. - Москва: **Гостехиздат**, 2016. - **595** с.