

УДК: 72.04.01:514

## МАТЕМАТИКА В АРХИТЕКТУРЕ

**Подольская А.Н.**

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Россия,  
Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская улица, 4, e-mail: [rector@spbgasu.ru](mailto:rector@spbgasu.ru)

Рассматривается неразрывная связь математики и архитектуры; оценена роль кривых и поверхностей второго порядка в современном строительстве. Кроме этого, слияние двух дисциплин рассмотрено не только с эстетической, но и с практической точки зрения: в одних сооружениях – это устойчивость сложной конструкции; другие же постройки благодаря этому вписываются в пространство между стоящими зданиями и не разрушают ранее созданный стиль. Выделены основные теоретические принципы, на которых основывается разработка различных проектов. Приведены примеры зданий, в проектировании которых были использованы математические модели. Получены ответы на главные вопросы: что же позволило человечеству добиться обтекаемых, но в то же время прочных и вписывающихся в городской ландшафт, архитектурных конструкций? Что лежит в основе этих сооружений, что скрывается за стеклянными гибкими покрытиями?

Ключевые слова: архитектура; проектирование; кривые второго порядка; поверхности второго порядка; уравнения.

## Содержание:

1. Введение .....	3
2. Кривые второго порядка .....	4
2.1 Эллипс .....	4
2.2 Гипербола.....	4
2.3 Парабола.....	5
3. Поверхности второго порядка .....	6
3.1 Эллипсоид .....	6
3.2 Однополостный гиперболоид .....	7
3.3 Параболоид .....	7
4. Кривой дом (Сопот, Польша) .....	9
5. Здание-чайник (Цзянсу, Китай).....	9
6. Башни «Абсолют» (Канада).....	10
7. Заключение.....	11
Список литературы .....	12

## 1. Введение

Как сказал Лоренцо Бернини: «Наибольшей похвалы заслуживает тот архитектор, который умеет соединить в постройке красоту с удобством для жизни.»

С процессом эволюции люди все меньше и меньше стали проводить время на свежем воздухе. Постепенно весь их быт, работа, учеба переносились в здания. И сейчас уже трудно представить, как несколько тысяч лет назад люди жили фактически на улице. Таким образом, строительство и архитектура являются неотъемлемой частью человеческого существования. И служат не только для красоты, истории, искусства, но и для жизни всех людей на планете, средой обитания.

Проходя по улицам города, мы до сих пор можем увидеть сохранившиеся до наших дней величественные, захватывающие дух сооружения прошлых столетий, будь то здание банка или доходного дома. Но не менее красивыми и интересными являются современные сооружения. Именно в 21 веке строительство достигло своего пика и стало высокотехнологичным изделием, ломающим все стереотипы и представления о том, что такое архитектура в целом.

Так что же позволило человечеству добиться обтекаемых, но в то же время прочных и вписывающихся в городской ландшафт, архитектурных конструкций? Что лежит в основе этих сооружений, что скрывается за стеклянными гибкими покрытиями?

На эти и на многие другие вопросы нам поможет ответить математика. В данной работе мы обсудим основы удивительных и замысловатых сооружений всего мира – кривых и поверхностях второго порядка.

## 2. Кривые второго порядка

Кривые линии – это траектории движущихся объектов, очертания инженерных конструкций и деталей машин, границы и результат пересечения поверхностей.

В практике конструирования линий и поверхностей широко используются составные кривые, составленные из последовательного ряда дуг монотонных кривых линий – обводы. Точки стыка обвода называют узлами, а обводы, заданные координатами своих точек – дискретными.

Существуют несколько видов кривых второго порядка и сейчас рассмотрим некоторые из них.

### 2.1 Эллипс

Пусть  $a, c$  – два положительных числа, причем  $a > c$ , и на плоскости зафиксированы две точки  $F_1$  и  $F_2$  – фокусы, расстояние между которыми равно  $2c$ . Эллипс – множество таких точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до фокусов равна  $2a$  (см. рис. 1).

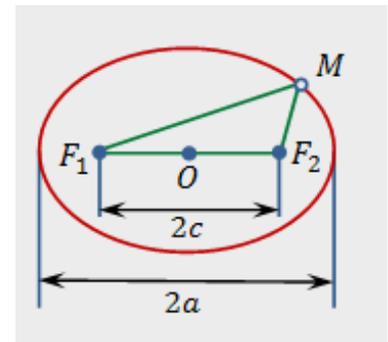


рис.1, эллипс

Каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Если  $a = b$ , то будет окружность, таким образом окружность – частный случай эллипса.

### 2.2 Гипербола

Пусть  $a, c$  – два положительных числа, причем  $c > a$ , и на плоскости зафиксированы две точки  $F_1$  и  $F_2$  – фокусы, расстояние между которыми равно  $2c$ . Гипербола – множество таких точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний от каждой из которых до фокусов равна  $2a$  (см. рис. 2).

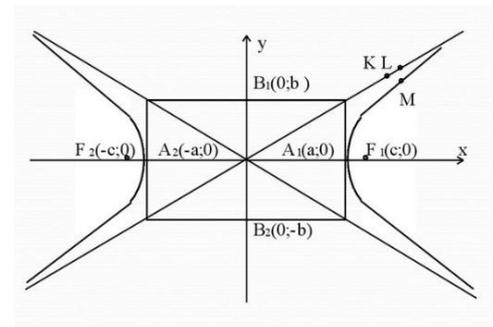


рис.2, гипербола

Каноническое уравнение гиперболы:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Существует частный случай гиперболы (см. рис. 3):

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

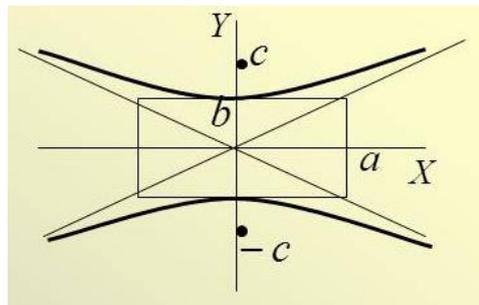


рис.3, частный случай гиперболы

### 2.3 Парабола

Пусть  $p$  – положительное число, и на плоскости зафиксирована точка  $F$  – фокус, прямая  $L$  - директриса, расстояние между которыми равно  $p$ . Параболой называется множество таких точек плоскости, расстояния от каждой из которых до фокуса и до директрисы совпадают (см. рис. 4).

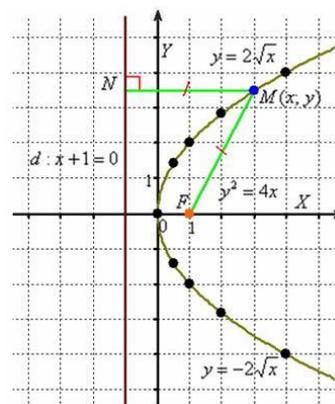


рис.4, парабола

Канонические уравнения параболы:  $y^2 = 2px$ ,

$$y^2 = -2px, x^2 = 2py, x^2 = -2py$$

В современной архитектуре используются поверхности, имитирующие естественные природные формы. В том случае поверхность «оболочки» может быть построена с помощью кривых второго порядка и линейчатых направляющих поверхностей. Поверхности, представленные на рисунке 5, образованы движением кривых второго порядка.

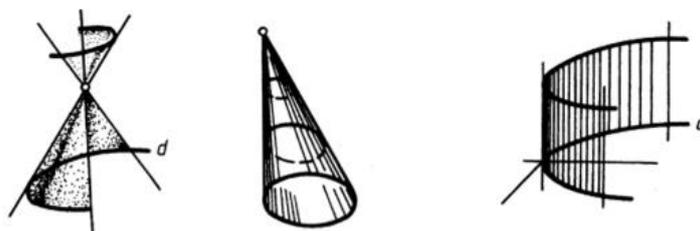


рис.5, поверхности, образованные движением кривых второго порядка

Теперь рассмотрим поверхности второго порядка.

### 3. Поверхности второго порядка

Поверхности второго порядка (квадрики) определяются алгебраическими уравнениями второй степени относительно декартовых прямоугольных координат.

Рассмотрим наиболее значимые и применимые на практике поверхности второго порядка.

#### 3.1 Эллипсоид

Эллипсоид – поверхность в трёхмерном пространстве, полученная деформацией сферы вдоль трёх взаимно перпендикулярных осей (см. рис. 6).

Преимущества в практическом применении:

- ❖ Рациональность проектных решений архитектурных форм ограждения внутреннего пространства по максимальной плотности застройки;
- ❖ Монолитность;
- ❖ Обтекаемость;
- ❖ Легкость возведения

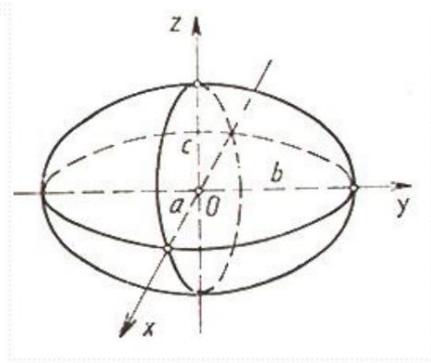


рис.6, эллипсоид

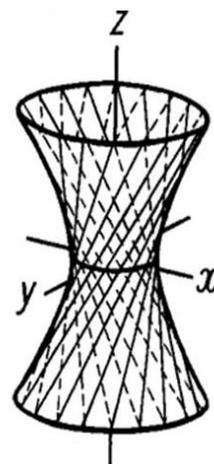
Интересное дизайнерское решение применили проектировщики для строительства Национального центра исполнительских искусств в Пекине (см. рис. 7), используя в основе сооружения эллипсоидную форму:



рис.7, Национальный центр исполнительских искусств в Пекине

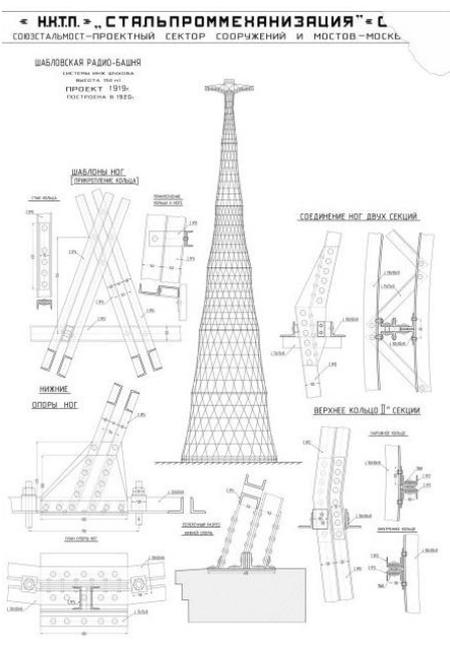
### 3.2 Однополостный гиперboloид

Однополостный гиперboloид – это поверхность, образованная вращением в пространстве гиперболы, расположенной симметрично относительно одной из осей координат в прямоугольной системе координат, вокруг другой оси.



Преимущества:

- ❖ Жесткость;
- ❖ Высокая прочность, несмотря на невысокую материалоемкость (нагрузка ветра на нее сведена к минимуму)



Нельзя не упомянуть башню Шухова, представленную на рисунке 8, в основе которой лежит гиперплоидная поверхность – архитектуру этого строения эксперты называют «смелой и новаторской»:

рис.8, башня Шухова

### 3.3 Параболоид

Параболоид – тип поверхности второго порядка, который бывает двух типов:

1. Эллиптический параболоид (см. рис. 9) можно описать как семейство параллельных парабол с ветвями, направленными вверх, вершины которых описывают параболу с ветвями, также направленными вверх.

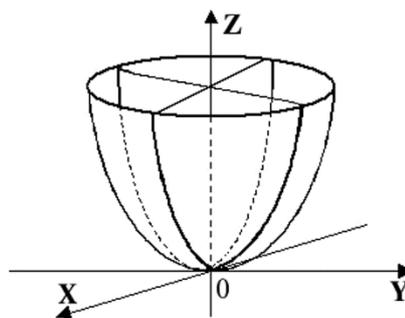


рис.9, эллиптический параболоид

2. Гиперболический параболоид (см. рис. 10) – седловая поверхность, описываемая в прямоугольной системе координат.

Преимущества параболоидов:

- ❖ Жесткость;
- ❖ Прочность.

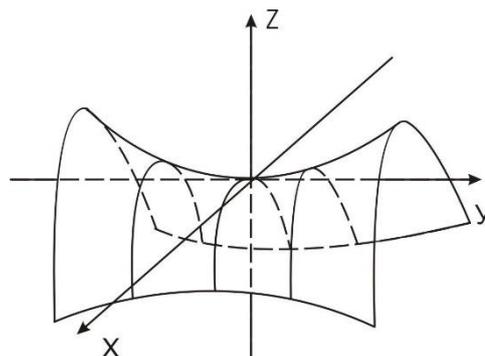


рис. 10, гиперболический параболоид

Параболоиды вращения можно увидеть в очертаниях глиняных куполов в Африке, куполов из снега у народов Севера, железобетонного купола Московского планетария (см. рис. 11), планетария в Бохуме (см. рис.12):



Рис. 11, московский планетарий



рис.12, планетарий в Бохуме

Теперь хотела бы представить некоторые сооружения, в проектировании которых были использованы кривые или поверхности второго порядка.

#### 4. Кривой дом (Сопот, Польша)

В польском городе Сопот на улице Героев Монте-Кассино расположен необычный дом – Кривой дом (см. рис. 13). Он действительно является кривым и не содержит ни



единого ровного места и угла. Главной задачей авторов перед заказчиком, было создание такого внешнего вида строения, который бы привлекал как можно больше посетителей. В оформлении фасада рис. 13, Кривой дом, Польша использованы самые разные материалы: от стекла до камня, – а крыша из эмалированных пластинок.

рис.13, Кривой дом, Польша

#### 5. Здание-чайник (Цзянсу, Китай)

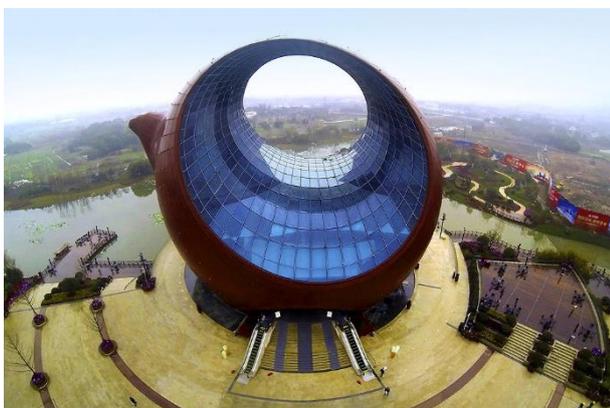


рис.14, Здание-чайник, Китай

В Китае заканчивается строительство культурно-выставочного центра Wuxi Wanda Exhibition Center (см. рис. 14), выполненного в виде глиняного чайника. Это здание уже официально попало в Книгу рекордов Гиннеса, как самый высокий чайник в мире.

В итоге получилась конструкция площадью 3,4 млн м<sup>2</sup>, высотой 38,8 м и диаметром 50 м. Снаружи здание обшито алюминиевыми листами, которые обеспечивают необходимую кривизну каркаса. Помимо них немаловажную роль играют стеклянные витражи разного размера. Кроме того, каждый из трех этажей здания сможет вращаться по своей оси.

## 6. Башни «Абсолют» (Канада)



Вместо простой, функциональной логики модернизма дизайн башен (см. рис.15) выражает сложные многочисленные потребности современного общества. Эти здания – нечто гораздо большее, чем просто многофункциональная машина.

рис.15, башни «Абсолют», Канада

Благодаря конструктивным особенностям непрерывные балконы окружают все здание, устраняя вертикальные барьеры, традиционно используемые в архитектуре высотных зданий (см. рис. 16). Башни «Абсолют» вращаются в различных проекциях на разных уровнях, сочетаясь с окружающими пейзажами. Целью проектировщиков было обеспечить хороший обзор в 360 градусов из любой точки здания, а также обеспечить контакт жителей с естественными элементами, пробудив в них трепетное отношение к природе.



рис.16, башни «Абсолют», Канада

## 7. Заключение

Итак, можно с уверенностью сказать, что кривые и поверхности второго порядка являются основой строительства в 20-21 веках. Их применение преследует различные цели. В одних сооружениях – это устойчивость сложной конструкции. Другие же постройки вписываются в пространство между стоящими зданиями. Во всех случаях архитектор, проектируя новый шедевр, используя обтекаемые и изящные силуэты, старается внести что-то философское. Сегодня мы еще раз доказали, что математика и архитектура – два неразрывных предмета, благодаря которым можно добиться красоты.

## Список литературы

<http://matematika.electrichelp.ru/krivye-vtorogo-poryadka/>

Кривые второго порядка: метод, указания к выполнению расчет.- граф. (контрольной) работы / сост. О.Н. Старжинская. - Архангельск: Арханг. гос. техн. ун-т, 2010. - 24 с.

П36 Поверхности второго порядка: учебное пособие / И. Я. Пищулина, Е. В. Кукушкина. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. – 166 с.

<http://1tmn.ru/style/urbanism/33-samykh-neobychnykh-zdaniya-mira-4134660.html>

<https://architectureguru.ru/shukhov-tower-in-moscow/>