

УДК 372.851

**АНАЛИЗ ОПЫТА ПЕДАГОГОВ-ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
ИЗУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ШКОЛЕ**

Уринбаева Д., Румянцева И.Б.

Шуйский филиал Ивановского государственного университета, Россия, Шуя, e-mail:

Irina.rum2011@yandex.ru

В статье проводится обобщение и анализ концепций, методических подходов к изучению вопросов тригонометрии в системе общего и среднего образования. Уделяется внимание историческим аспектам в преобразовании содержания школьного курса тригонометрии. Авторы обращаются к исследованиям Е.А.Горского, А.Ж.Жафярова, Т.С.Мамонтовой, Е.И.Мусякаевой по реализации принципа практической направленности в изучении тригонометрических функций. В ряде исследований обоснован принцип преемственности и раннего изучения вопросов тригонометрии в общеобразовательной школе. С.Р.Мурадова, опираясь на этот принцип, обосновала необходимость применения индуктивного подхода при изучении тригонометрических функций. Н.Н.Хлевнюк обосновывает необходимость методологического подхода к изучению тригонометрических функций в средней школе. Авторы статьи приходят к выводу, что на современном этапе не разработаны подходы, связанные с применением цифровых технологий в процессе обучения школьников основам тригонометрии. Особую перспективность и применимость прикладных программ Desmos, GeoGebra, MS Excel, Trigonom авторы видят при изучении темы «Преобразования графиков тригонометрических функций». Это позволит оптимизировать профессиональную деятельность учителя математики и учебную деятельность обучающихся 10 классов. Электронные приложения помогают школьникам самостоятельно исследовать зависимости «поведения» графиков функций от структуры формул, на основе метода наблюдения.

Ключевые слова: концепции обучения тригонометрии, технологии обучения тригонометрии, методы обучения тригонометрии, тригонометрические функции, цифровые технологии.

**ANALYSIS OF THE EXPERIENCE OF TEACHERS-RESEARCHERS ON THE
ORGANIZATION OF THE STUDY OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS IN SCHOOL**

Urinbaeva D., Rumyantseva I. B.

Shuya branch of Ivanovo state University, Russia, Shuya, e-mail: Irina.rum2011@yandex.ru

The article summarizes and analyzes the concepts, methodological approaches to the study of trigonometry in the system of General and secondary education. Attention is paid to historical aspects in the transformation of the content of the school course of trigonometry. The authors refer to the research of E. A. Gorsky, A. Zh. Zhafyarov, T. S. Mamontova, E. I. Musyakaeva on the implementation of the principle of practical orientation in the study of trigonometric functions. In a number of studies, the principle of continuity and early study of trigonometry issues in secondary school is justified. S. R. Muradova, based on this principle, justified the need for an inductive approach to the study of trigonometric functions. N. N. Khlevnyuk justifies the need for a methodological approach to the study of trigonometric functions in secondary school. The authors of the article come to the conclusion that at the present stage, approaches related to the use of digital technologies in the process of teaching students the basics of trigonometry have not been developed.

Keywords: trigonometry training concepts, trigonometry training technologies, trigonometry training methods, trigonometric functions, digital technologies.

Тригонометрические функции являются первыми трансцендентными функциями, изучаемыми в школьном курсе математики. Их роль и место в нем определяются главным образом двумя сторонами применения этих функций в теории и практике. Во-первых, тригонометрические функции дают замечательный вычислительный аппарат для решения разнообразных задач планиметрии и стереометрии. Во-вторых, учение о тригонометрических функциях позволяет наглядно, просто и убедительно продемонстрировать важнейшие свойства функций вообще: периодичность, четность и нечетность, ограниченность, монотонность и т. д.

Проблемам методики изучения тригонометрических функций в современной школе посвящены публикации Н.В.Болотиной [1], Е.А.Горского [2], А.Ж.Жафярова [3], Ю.Ю.Зюзина [4], Т.С.Мамонтовой [5], С.Р.Мурадовой [6], Л.К.Мухамедовой [7], Е.И.Мусякаевой, К.Б.Сабитова, В.Е.Щербатых [10] и других.

До 1966 г. тригонометрия для школьников служила в качестве наглядного и понятного примера развития математической науки. Как отмечает К.Б.Сабитов, «в соответствии со своими способностями и возможностями при помощи тригонометрии ученику представлялась возможность «примерить на себя» математический образ мышления, просканировать предрасположенность, интерес к подобной человеческой деятельности» [7, С. 908]

Значение тригонометрического материала оценивалось высоко в системе школьного образования и до 1966 г. в старших классах осуществлялось изучение отдельной дисциплины «Тригонометрия», на которую выделялось 2 часа в неделю. С середины 60-х годов, в процессе подготовки и проведения реформы в сфере школьного математического образования, которая в дальнейшем получила название «реформа А.Н.Колмогорова», отношение к тригонометрии стало меняться и постепенно принципиально изменилось. Это проявилось в изменении целей программы по изучению этого раздела математики на базе общеобразовательной школы. Его перестали рассматривать в качестве педагогического инструмента развития мышления, средства целенаправленного и постепенного приобщения подростков к основам построения научной картины мира, посредством освоения элементарной практики выстраивания данной картины. В результате этих процессов тригонометрический материал практически был исключён из программы основной школы и значительно сжат, уменьшен в объёме программы старшей ступени образования. Как следствие пострадало качество математической подготовки школьников по тригонометрии.

Такие педагоги-исследователи, как Е.А.Горский, А.Ж.Жафяров, Т.С.Мамонтова, Е.И.Мусякаева, С.Р.Мурадова и др. отмечают, что курс тригонометрии в основной школе продолжает обладать большой практической направленностью, требующей от обучающихся

достаточного овладения базовыми понятиями, умения осуществлять различные преобразования выражений, строить графики и исследовать функции. Мы согласны с тем мнением, что изучение тригонометрических функций не ограничено рамками математики, т.к. они отражают широкую область бытия человека и причинно следственные связи. Обучающимся старшей школы, особенно планирующим получить техническое профессиональное образование, необходимо приобрести прочные знания в области тригонометрии, поскольку они выступают в качестве звена цепи понятий и обладают большим значением в ходе реализации межпредметных связей. Опыт А.Ж.Жафярова [3] показал, что исследование тригонометрических функций школьниками сопряжено с рядом трудностей: высокий уровень абстракции понятий, сложная логическая структура определений, недостаточность учебного времени, предназначенного для осмысления уровня сложности вопросов и т.д.

С.Р.Мурадова [6] в своих исследованиях обосновала необходимость применения индуктивного подхода при изучении тригонометрических функций: сначала изучается тригонометрия острого угла, затем тригонометрия любого угла, после чего тригонометрические функции любого аргумента. Она отмечает, что комплексное изучение тригонометрии предполагает достаточно большой объём времени. В рамках общеобразовательной школы, в связи с целым рядом причин, времени катастрофически не хватает, в том числе и на тригонометрию.

Педагоги-практики, методисты всё более часто и настойчиво говорят в пользу более раннего знакомства учащегося с единичной окружностью. Из опыта практикующих педагогов видно, что более глубокое погружение в тригонометрию должна предварять отдалённая во времени отработка решение самых простых тригонометрических неравенств и уравнений. Полезно это не только в плане общеобразовательном, но и с целью облегчения нагрузки в старших классах общеобразовательной школы.

Т.С.Мамонтова, Е.И.Мусякова в статье «Приёмы запоминания значений тригонометрических функций» [5] обращают внимание на необходимость обращения внимания школьников на задания по нахождению координат точки пересечения окружности произвольного радиуса и осей координат. Умение выполнять их, вместе с представлением о порядке записи координат, может выступать в качестве одного из главных результатов знакомства учеников с плоскостью координат. Именно они позволят школьнику выйти на «интуитивное» понимание тригонометрических функций. Чтобы добиться этого, опираясь на наглядность, учитель вместе с учениками может конструировать мнемонические правила: абсцисса равна нулю у точек, расположенных на оси ординат; ордината равна нулю у точек, которые расположены на оси абсцисс [5, С.54]. Авторы считают, что целью выполнения

таких заданий является не только осознание мнемонического порядка, правила записи координат точек плоскости, их значений, названий, но и удачная возможность развития навыков вычисления с десятичными дробями, отрицательными и положительными числами. Формируется ситуация, при которой обучающиеся могут, посредством вычисления суммы квадратов ординаты и абсциссы точки единичной окружности (используя миллиметровую бумагу) не только использовать округление чисел, микрокалькулятор, а также «приблизиться» к главному тригонометрическому тождеству.

Педагог-практик, учитель математики высшей квалификационной категории, отличник народного просвещения Н.Н.Хлевнюк [8] проектирует учебный процесс на основе методологического подхода, в том числе и вопросов, связанных с тригонометрическими функциями. Концепция предполагает развитие предметного языка, усвоение алгоритма обработки предметной информации, применение сквозных (общих) методов решения, использование методологических линий и метапонятий, способствующих предупреждению ошибок, усвоению системных знаний, снижению математической тревожности у учащихся. Она считает, что основная педагогическая цель обучения в профильных 10-11 классах - получение системных знаний тригонометрии, формирование логического мышления, снятие затруднений в усвоении сложных вопросов, выравнивание уровней обученности учеников, подтягивание отстающих. Н.Н.Хлевнюк [9] обращает внимание на качество знаний по тригонометрии: системность, полнота, применимость, осознанность. Только на основе знаний такого уровня возможно формирование прочных математических умений и навыков. Применительно к тригонометрии, это знаний основных свойств тригонометрических функций (выделение в них общих положений и различных), знаний основных правил преобразования графиков тригонометрических функций, знаний алгоритмов построения и исследования сложных тригонометрических функций, знание общего принципа определения значений тригонометрических функций с помощью числовой окружности.

Анализ педагогической и методической литературы показывает, что на современном этапе авторы не уделяют внимание разработке методов применения цифровых технологий при изучении тригонометрии. Цель нашего исследования разработать методические приёмы применения программных средств на уроках по тригонометрии, с целью оптимизации учебной деятельности школьников 10 классов.

Образовательная задача, стоящая перед учителем математики на уроке по теме «Преобразования графиков тригонометрических функций»: познакомить с технологиями построения графиков функций вида $y = m \sin kx$, $y = m \cos kx$, $y = m \operatorname{tg} Kx$, $y = m \operatorname{ctg} Kx$. Например, построение графика функции $y = m \sin kx$ осуществляется в три этапа:

1) построение графика функции $y = \sin x$; 2) построение графика функции $y = \sin kx$, 3) построение графика функции $y = m \sin kx$.

Аналогичные этапы соблюдают и при построении других тригонометрических функций. Осознанное понимание и правильность выполнения школьниками этих этапов зависит от их знания правил преобразования графиков с помощью параллельного переноса, преобразования симметрии, а также с помощью сжатия или растяжения относительно осей декартовой системы координат. Для демонстрации этих правил, на одном-двух уроках учителю необходимо рассмотреть зависимости на примере построение 6-8 графиков, как минимум. При построениях на меловой доске с помощью мела, много времени уходит именно на механическую работу, что отвлекает внимание школьников от существенных закономерностей, делает работу учителя механически трудоёмкой.

Процесс выявления школьниками зависимостей «поведения» графиков функций от структуры формул помогают рационализировать различные электронные приложения. Это могут быть программы: Desmos, GeoGebra, MS Excel, Trigonom.

Список литературы:

1. Болотина Н.В. Тема «Обратные тригонометрические функции» в курсе изложения тригонометрии в средней школе // Вестник таганрогского педагогического института. 2019. №1. С.315-321.
2. Горский Е.А. Использование электронных средств обучения при изучении тригонометрических функций // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки. – 2015. - №7. – С.68-74.
3. Жафяров А.Ж. Методология и технология повышения компетентности учителей, студентов и учащихся по тригонометрии. – Новосибирск: НГПУ, 2011. – 235 с.
4. Зюзин Ю.Ю. Методика изучения тригонометрии в общеобразовательной школе // Мой профессиональный старт. Сборник статей по материалам VII Всероссийской студенческой научно-практической конференции. – Минск: Минский университет, 2020. С.49-52.
5. Мамонтова Т.С., Мусякова Е.И. Приёмы запоминания значений тригонометрических функций// Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2018. - № V8.- С.51-56
6. Мурадова С.Р. К вопросу обучения тригонометрии в основной общеобразовательной школе // Лучшая студенческая работа 2018: сборник статей XIII Международного научно-практического конкурса. В 2 частях. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2018. – С.166-169

7. Мухамедова Л.К., Сабитов К.Б. Методические особенности изучения тригонометрии в старших классах //E-Scio. 2019. № 6 (33). С. 908-912
8. Хлевнюк Н.Н. Преподавание математики в школе. Методологический подход. - Москва: ИЛЕКСА, 2020. - 96 с.]
9. Хлевнюк Н.Н. Теоретические конспекты по математике. 10-11 классы. Книга для учителя. Часть 1. - Москва: ИЛЕКСА, 2020. - 96 с.
10. Щербатых В.Е. Об актуализации мотивационных процессов изучения тригонометрии в центрах СПО // Педагогический журнал. 2019. Т.9. №6-1. С.168-179.