

УДК: 373.51

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ ЧИСЛО В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Маркелов В.К.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Шуйский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ивановский государственный университет» Россия, Шуя, e-mail: [v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru](mailto:v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru)

**В статье рассматриваются исторический и логический подходы к формированию понятия «число»; описываются их основные особенности; рассматривается методика введения нового числового множества в соответствии с представленными методическими подходами; описываются основные особенности современной методики формирования понятия «число» в курсе математики основной школы.**

Ключевые слова: число, величина, множество, числовое множество, математика.

## METHODOLOGICAL APPROACHES TO THE FORMATION OF THE CONCEPT OF NUMBER IN PRIMARY SCHOOL

Markelov V.K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Shuya branch of Ivanovo State University, Russia, Shuya, e-mail: [v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru](mailto:v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru)

**The article discusses the historical and logical approaches to the formation of the concept of "number"; describes their main features; considers the method of introducing a new numerical set in accordance with the presented methodological approaches; describes the main features of the modern method of forming the concept of "number" in the course of mathematics of primary school.**

Keywords: number, quantity, set, numerical set, mathematics.

Понятие «число» является одним из самых важных понятий курса математики основной школы. Его формирование происходит на протяжении всего курса обучения. В современной методике обучения математике активно разрабатываются различные подходы и методы по изучению данного понятия.

С понятием «число» тесно связано такое понятие как «величина». Первые представления о величинах, в частности о такой величине, как количество предметов во множестве, были получены людьми раньше, чем представление о числах. Поэтому дальнейшее историческое

развитие понятия «число» обусловлено развитием понятия «величина». По мере введения новых видов величин, вводились и создавались новые классы чисел.

Накопление математических знаний началось в глубокой древности в виде конкретных фактов [3]. Первоначальные представления о числе появились в эпоху каменного века, при переходе от простого собирания пищи к ее активному производству, около 10000 лет до нашей эры. Числовые термины тяжело зарождались и медленно входили в употребление. Древний человек обладал представлением о таких числах, как «один» и «два». Остальные числа для него оставались неопределенными и объединялись в понятие «много».

В III веке до нашей эры древнегреческий математик Евклид определил число как «множество, составленное из единиц». Однако в XVIII веке использование этого определения породило ряд трудностей. Согласно определению Евклида, ноль, единица, дроби и иррациональные числа не являются числами, поэтому И. Ньютон определяет понятие «число» следующим образом: «число есть отношение одной величины к другой, того же рода, принятой за единицу» [4].

В XIX веке, в связи с развитием аксиоматического метода и разработкой основ математического анализа, Г. Кантор даёт определение натурального числа на основе понятий «множество» и «равномощность», а Д. Пеано – на основе сформулированных им аксиом. Дальнейшее обобщение понятия «число» и развитие учения о числе принадлежит Г. Кантору.

Исторический порядок изучения числовых множеств представлен на рисунке 1, где  $N$  – множество натуральных чисел,  $N_0 = N \cup \{0\}$  – множество натуральных чисел с включённым нулём,  $Q^+$  – дробные числа,  $Z$  – множество целых чисел,  $Q$  – множество рациональных чисел,  $R$  – множество действительных чисел.

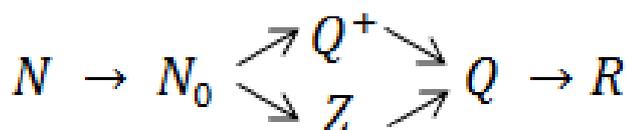


Рис. 1. Исторический порядок изучения числовых множеств

Таким образом, понятие «число» прошло длительный путь развития: сначала возникли натуральные числа, затем целые числа, дробные (положительные), отрицательные числа и множество рациональных чисел (положительные и отрицательные) и, наконец, рациональные и множество действительных чисел [2].

В современной математике рассматривается логический порядок изучения числовых множеств, который представлен на рисунке 2, где  $N$  – множество натуральных чисел,  $Z$  – множество целых чисел,  $Q$  – множество рациональных чисел,  $R$  – множество действительных чисел.

$$N \rightarrow Z \rightarrow Q \rightarrow R$$

Рис. 2. Логический порядок изучения числовых множеств

В рамках реформы образования 1967 года историческая схема развития числа была заменена на логическую схему. Таким образом, была предпринята попытка сделать предметом изучения не число, а числовые множества. Однако в ходе дальнейшей реформы был учтен действительный уровень развития логического мышления обучающихся, поэтому пришлось отказаться от теоретико-множественного построения курса. В отношении учения о числе это, прежде всего, выражается в сочетании исторической и логической схем формирования понятия «число».

В школьном курсе математики числовое множество будет считаться введенным, если:

- дается определение этого числового множества, вытекающее из мотивирования необходимости его введения;
- для введенного числового множества определяются отношения «равно», «больше», «меньше»;
- для данного числового множества определяются алгебраические операции (сложение, умножение и т.д.);
- при этом доказывается, что в новом числовом множестве выполнима «новая» операция.

Краткая характеристика числовых множеств представлена в таблице 1.

Таблица 1

Характеристика числовых множеств

| Характеристика множества  | Множество натуральных чисел | Множество целых чисел | Множество рациональных чисел | Множество действительных чисел |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 1                         | 2                           | 3                     | 4                            | 5                              |
| Конечность множества      | Бесконечное                 |                       |                              |                                |
| Упорядоченность множества | Упорядоченное               |                       |                              |                                |
| Дискретность множества    | Дискретное                  |                       | Всюду плотное и полное       |                                |

| 1                                       | 2  | 3   | 4  | 5   |
|---|--|---|--|---|
| Наличие начального и конечного элемента | С начальным элементом (1), конечный элемент отсутствует  | Начальный и конечный элементы отсутствуют   | Начальный и конечный элементы отсутствуют  | Начальный и конечный элементы отсутствуют   |
| Замкнутость множества                   | Замкнутое относительно операций сложения и умножения, не замкнутое относительно операций вычитания и деления | Замкнутое относительно операций сложения, вычитания и умножения, не замкнутое относительно операции деления | Замкнутое относительно операций сложения, вычитания, умножения, деления (кроме нуля) | Замкнутое относительно операций сложения, вычитания, умножения, деления (непрерывное) |

В курсе математики основной школы изучение отдельных числовых систем носит концентрический характер. Понятие «число» является сложным понятием, которое можно усвоить, изучив каждый вид чисел в отдельности и поняв процесс перехода от одного числового множества к следующему. Схема расширения числового множества представлена в таблице 2.

Таблица 2

Схема расширения числового множества

| Числовое множество                  | Причины расширения числового множества | Присоединяемое множество | Расширенное числовое множество                           |
|-------------------------------------|--|--------------------------|--|
| 1                                   | 2                                      | 3                        | 4  |
| Множество натуральных чисел ( $N$ ) | Вычитание равных чисел                 | Ноль                     | Множество натуральных чисел с включённым нулём ( $N_0$ ) |

| 1  | 2   | 3   | 4                                      |
|--|---|---|--|
| Множество натуральных чисел включённым нулём ( $N_0$ ) | Вычитание из меньшего числа большего            | Множество целых отрицательных чисел ( $Z^-$ ) | Множество целых чисел ( $Z$ )          |
| Множество целых чисел ( $Z$ )                          | Деление нацело не всегда возможно               | Множество дробных чисел                       | Множество рациональных чисел ( $Q$ )   |
| Множество рациональных чисел ( $Q$ )                   | Извлечение корня из любого положительного числа | Иррациональные числа                          | Множество действительных чисел ( $R$ ) |

Исходя из математических закономерностей и исторического развития математики при введении нового для обучающихся числового множества, учителю совместно с обучающимися необходимо выполнить ряд действий:

1. На специально подобранных задачах установить недостаточность известного на данном этапе числового множества для решения этой задачи и сделать вывод о необходимости расширения множества путем введения новых чисел.

2. Показать, что невозможность решения данных задач связана с невозможностью выполнения какого-либо действия в известном числовом множестве. Сделать вывод о необходимости расширения старого множества путем добавления таких новых чисел, чтобы в расширенном множестве выполнялись действия, которые раньше были невыполнимы или не всегда выполнимы.

3. Ввести новое числовое множество, дать ему название и определение.

4. Объединить известное множество и новое числовое множество. Дать ему название и проиллюстрировать место новых чисел на числовой прямой.

5. Показать, что предыдущее множество является подмножеством нового множества, путем решения соответствующих задач.

6. Определить операцию сравнения и арифметические действия над числами как элементами нового числового множества. Вывести правила действий над этими числами, установив, что для элементов нового множества они имеют тот же смысл, что и в прежнем множестве.

7. Организовать решение заданий на действия с новыми числами. При этом необходимо осуществить следующие действия:

- выделить в явном виде алгоритм и приемы вычислений;
- установить, что действие, ради которого производилось расширение, всегда выполнимо;
- подтвердить выполнимость в новом числовом множестве известных законов действий над числами.

8. Организовать решение текстовых задач с использованием новых чисел.

При этом учитель должен выступать не столько в роли интерпретатора науки и носителя новой информации, сколько умелым организатором систематической самостоятельной поисковой деятельности обучающихся по получению знаний, приобретению умений и навыков и усвоению способов умственной деятельности [1].

Методика преподавания понятия «число» имеет богатую историю, за которую сформировались различные подходы, как к введению понятия «число», так и к последовательности изучения отдельных вопросов числовой содержательно-методической линии. При этом можно выделить два основных методических подхода к изучению понятия «число»: исторический и логический [5]. Современная методика формирования понятия «число» выражается в сочетании использования данных подходов.

#### **Список литературы:**

1. Далингер В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 460 с. – (Профессиональное образование). – Текст: непосредственный.
2. Егоров В.В. Теория чисел: Учебное пособие / В.В. Егоров. - СПб.: Лань, 2015.
3. Максимова, О. Д. История математики: учеб. пособие для вузов / О. Д. Максимова, Д. М. Смирнов. — 2-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 319 с. — (Серия: Университеты России).
4. Манкевич Р. История математики. От счетных палочек до бессчетных вселенных / Манкевич Р. – М.: Ломоносовъ, 2011. – 210 с.
5. Пантелеймонова А. В., Белова М. А. Развитие понятия числа в школьном курсе математики [Журнал] // Журнал «Continuum. Математика. Информатика. Образование», 2019.