

УДК: 373.51

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ ЧИСЛО В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Маркелов В.К.¹

¹Шуйский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ивановский государственный университет» Россия, Шуя, e-mail: v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru

В статье рассматриваются исторический и логический подходы к формированию понятия «число»; описываются их основные особенности; рассматривается методика введения нового числового множества в соответствии с представленными методическими подходами; описываются основные особенности современной методики формирования понятия «число» в курсе математики основной школы.

Ключевые слова: число, величина, множество, числовое множество, математика.

METHODOLOGICAL APPROACHES TO THE FORMATION OF THE CONCEPT OF NUMBER IN PRIMARY SCHOOL

Markelov V.K.¹

¹Shuya branch of Ivanovo State University, Russia, Shuya, e-mail: v.a.l.e.m.a.r.k@yandex.ru

The article discusses the historical and logical approaches to the formation of the concept of "number"; describes their main features; considers the method of introducing a new numerical set in accordance with the presented methodological approaches; describes the main features of the modern method of forming the concept of "number" in the course of mathematics of primary school.

Keywords: number, quantity, set, numerical set, mathematics.

Понятие «число» является одним из самых важных понятий курса математики основной школы. Его формирование происходит на протяжении всего курса обучения. В современной методике обучения математике активно разрабатываются различные подходы и методы по изучению данного понятия.

С понятием «число» тесно связано такое понятие как «величина». Первые представления о величинах, в частности о такой величине, как количество предметов во множестве, были получены людьми раньше, чем представление о числах. Поэтому дальнейшее историческое

развитие понятия «число» обусловлено развитием понятия «величина». По мере введения новых видов величин, вводились и создавались новые классы чисел.

Накопление математических знаний началось в глубокой древности в виде конкретных фактов [3]. Первоначальные представления о числе появились в эпоху каменного века, при переходе от простого собирания пищи к ее активному производству, около 10000 лет до нашей эры. Числовые термины тяжело зарождались и медленно входили в употребление. Древний человек обладал представлением о таких числах, как «один» и «два». Остальные числа для него оставались неопределенными и объединялись в понятие «много».

В III веке до нашей эры древнегреческий математик Евклид определил число как «множество, составленное из единиц». Однако в XVIII веке использование этого определения породило ряд трудностей. Согласно определению Евклида, ноль, единица, дроби и иррациональные числа не являются числами, поэтому И. Ньютон определяет понятие «число» следующим образом: «число есть отношение одной величины к другой, того же рода, принятой за единицу» [4].

В XIX веке, в связи с развитием аксиоматического метода и разработкой основ математического анализа, Г. Кантор даёт определение натурального числа на основе понятий «множество» и «равномощность», а Д. Пеано – на основе сформулированных им аксиом. Дальнейшее обобщение понятия «число» и развитие учения о числе принадлежит Г. Кантору.

Исторический порядок изучения числовых множеств представлен на рисунке 1, где N – множество натуральных чисел, $N_0 = N \cup \{0\}$ – множество натуральных чисел с включённым нулём, Q^+ – дробные числа, Z – множество целых чисел, Q – множество рациональных чисел, R – множество действительных чисел.

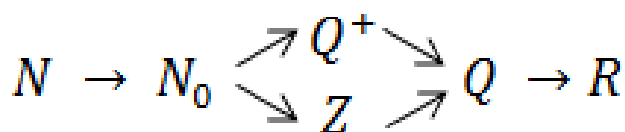


Рис. 1. Исторический порядок изучения числовых множеств

Таким образом, понятие «число» прошло длительный путь развития: сначала возникли натуральные числа, затем целые числа, дробные (положительные), отрицательные числа и множество рациональных чисел (положительные и отрицательные) и, наконец, рациональные и множество действительных чисел [2].

В современной математике рассматривается логический порядок изучения числовых множеств, который представлен на рисунке 2, где N – множество натуральных чисел, Z – множество целых чисел, Q – множество рациональных чисел, R – множество действительных чисел.

$$N \rightarrow Z \rightarrow Q \rightarrow R$$

Рис. 2. Логический порядок изучения числовых множеств

В рамках реформы образования 1967 года историческая схема развития числа была заменена на логическую схему. Таким образом, была предпринята попытка сделать предметом изучения не число, а числовые множества. Однако в ходе дальнейшей реформы был учтен действительный уровень развития логического мышления обучающихся, поэтому пришлось отказаться от теоретико-множественного построения курса. В отношении учения о числе это, прежде всего, выражается в сочетании исторической и логической схем формирования понятия «число».

В школьном курсе математики числовое множество будет считаться введенным, если:

- дается определение этого числового множества, вытекающее из мотивирования необходимости его введения;
- для введенного числового множества определяются отношения «равно», «больше», «меньше»;
- для данного числового множества определяются алгебраические операции (сложение, умножение и т.д.);
- при этом доказывается, что в новом числовом множестве выполнима «новая» операция.

Краткая характеристика числовых множеств представлена в таблице 1.

Таблица 1

Характеристика числовых множеств

Характеристика множества	Множество натуральных чисел	Множество целых чисел	Множество рациональных чисел	Множество действительных чисел
1	2	3	4	5
Конечность множества	Бесконечное			
Упорядоченность множества	Упорядоченное			
Дискретность множества	Дискретное		Всюду плотное и полное	

1	2	3	4	5
Наличие начального и конечного элемента	С начальным элементом (1), конечный элемент отсутствует	Начальный и конечный элементы отсутствуют	Начальный и конечный элементы отсутствуют	Начальный и конечный элементы отсутствуют
Замкнутость множества	Замкнутое относительно операций сложения и умножения, не замкнутое относительно операций вычитания и деления	Замкнутое относительно операций сложения, вычитания и умножения, не замкнутое относительно операции деления	Замкнутое относительно операций сложения, вычитания, умножения, деления (кроме нуля)	Замкнутое относительно операций сложения, вычитания, умножения, деления (непрерывное)

В курсе математики основной школы изучение отдельных числовых систем носит концентрический характер. Понятие «число» является сложным понятием, которое можно усвоить, изучив каждый вид чисел в отдельности и поняв процесс перехода от одного числового множества к следующему. Схема расширения числового множества представлена в таблице 2.

Таблица 2

Схема расширения числового множества

Числовое множество	Причины расширения числового множества	Присоединяемое множество	Расширенное числовое множество
1	2	3	4
Множество натуральных чисел (N)	Вычитание равных чисел	Ноль	Множество натуральных чисел с включённым нулём (N_0)

1	2	3	4
Множество натуральных чисел с включённым нулём (N_0)	Вычитание из меньшего числа большего	Множество целых отрицательных чисел (Z^-)	Множество целых чисел (Z)
Множество целых чисел (Z)	Деление нацело не всегда возможно	Множество дробных чисел	Множество рациональных чисел (Q)
Множество рациональных чисел (Q)	Извлечение корня из любого положительного числа	Иррациональные числа	Множество действительных чисел (R)

Исходя из математических закономерностей и исторического развития математики при введении нового для обучающихся числового множества, учителю совместно с обучающимися необходимо выполнить ряд действий:

1. На специально подобранных задачах установить недостаточность известного на данном этапе числового множества для решения этой задачи и сделать вывод о необходимости расширения множества путем введения новых чисел.

2. Показать, что невозможность решения данных задач связана с невозможностью выполнения какого-либо действия в известном числовом множестве. Сделать вывод о необходимости расширения старого множества путем добавления таких новых чисел, чтобы в расширенном множестве выполнялись действия, которые раньше были невыполнимы или не всегда выполнимы.

3. Ввести новое числовое множество, дать ему название и определение.

4. Объединить известное множество и новое числовое множество. Дать ему название и проиллюстрировать место новых чисел на числовой прямой.

5. Показать, что предыдущее множество является подмножеством нового множества, путем решения соответствующих задач.

6. Определить операцию сравнения и арифметические действия над числами как элементами нового числового множества. Вывести правила действий над этими числами, установив, что для элементов нового множества они имеют тот же смысл, что и в прежнем множестве.

7. Организовать решение заданий на действия с новыми числами. При этом необходимо осуществить следующие действия:

- выделить в явном виде алгоритм и приемы вычислений;
- установить, что действие, ради которого производилось расширение, всегда выполнимо;
- подтвердить выполнимость в новом числовом множестве известных законов действий над числами.

8. Организовать решение текстовых задач с использованием новых чисел.

При этом учитель должен выступать не столько в роли интерпретатора науки и носителя новой информации, сколько умелым организатором систематической самостоятельной поисковой деятельности обучающихся по получению знаний, приобретению умений и навыков и усвоению способов умственной деятельности [1].

Методика преподавания понятия «число» имеет богатую историю, за которую сформировались различные подходы, как к введению понятия «число», так и к последовательности изучения отдельных вопросов числовой содержательно-методической линии. При этом можно выделить два основных методических подхода к изучению понятия «число»: исторический и логический [5]. Современная методика формирования понятия «число» выражается в сочетании использования данных подходов.

Список литературы:

1. Далингер В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 460 с. – (Профессиональное образование). – Текст: непосредственный.
2. Егоров В.В. Теория чисел: Учебное пособие / В.В. Егоров. - СПб.: Лань, 2015.
3. Максимова, О. Д. История математики: учеб. пособие для вузов / О. Д. Максимова, Д. М. Смирнов. — 2-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 319 с. — (Серия: Университеты России).
4. Манкевич Р. История математики. От счетных палочек до бессчетных вселенных / Манкевич Р. – М.: Ломоносовъ, 2011. – 210 с.
5. Пантелеймонова А. В., Белова М. А. Развитие понятия числа в школьном курсе математики [Журнал] // Журнал «Continuum. Математика. Информатика. Образование», 2019.