МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

КОНКУРСНАЯ РАБОТА НА ТЕМУ
«Методика обучения решению задач с экономическим содержанием при изучении алгебры в основной школе»

Казаков Никита Александрович

Москва
2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Целью реализации основной образовательной программы основного общего образования является достижение выпускниками планируемых результатов: знаний, умений, навыков, компетенций и компетентностей, определяемых общественными и государственными потребностями. Важной областью в реализации общественных отношений является экономическая сфера жизни общества. Возрастающая роль экономических отношений в жизни общества связана с рядом факторов:

1) ежедневное участие и включенность граждан в экономические отношения;

2) постановка задачи развития экономики страны на фоне геополитических изменений в мире;

3) непрерывное развитие банковских систем;

4) усиливающаяся тенденция организации и построения гражданами частного бизнеса.

Каждый из вышеприведённых факторов требует от субъектов деятельности проявления профессионализма и компетентности. Такие качества личности в свою очередь подразумевают наличие высокого уровня экономической грамотности.

Экономические знания субъекта деятельности, составляющие основу его экономической грамотности, в современном обществе необходимы для адаптации к динамично изменяющимся социально-экономическим условиям жизни, дают возможность понять и осознать значение индивида в структуре общественных отношений как участника финансового рынка, производителя и потребителя, помогают осуществить оптимальный выбор при наличии многовариантных возможностей, помогают спланировать свой бюджет и оценить финансовые возможности.

В «Национальной программе повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации» отмечается противоречие между появлением широкого спектра все более усложняющихся финансовых продуктов и услуг и неподготовленностью граждан к решению финансовых задач [14].

Анализ учебной литературы, предназначенный для обучающихся основной школы, показал, что материал, направленный на обучение решению задач с экономическим содержанием, представлен кусочно и разбросанно. Как правило, задачи с экономическим содержанием включаются в перечень текстовых задач и отдельного внимания им не уделяется. В связи с этим у обучающихся основной школы не в полной мере формируется представление о таких задачах, их разновидностях и способах их решения.

В настоящее время существует достаточное количество методических работ, посвящённых проблеме обучения решению задач с экономическим содержанием. Отметим работы Г.К. Муравина, А.С. Симонова, Г.В. Чепиноги, Д.Д. Гущина.

По нашему мнению, работы этих авторов нацелены на расширение знаний педагога, и не ориентированы на обучающихся. Труды Г.В. Чепиноги [39] и Д.Д. Гущина [2], а также модули по финансовой грамотности Г.К. Муравина [20] реализуются в рамках элективных курсов. В рамках урочной системы эти разработки могут быть реализованы не в полной мере.

В результате изучения и анализа учебно-методической литературы и педагогических исследований, рассматривающих задачи формирования элементарной экономической грамотности у обучающихся средней школы, было выявлено существующее **противоречие** между необходимостью формирования навыков решения задач с экономическим содержанием, являющихся основой формирования экономической грамотности школьников, и отсутствием целостности представления таких задач в школьном курсе алгебры основной школы, а также не разработанности единой методики обучения решению таких задач.

Выявленное противоречие определило проблему нашего исследования, которая заключается в определении теоретических основ, педагогических условий, методических направлений формирования элементарной экономической грамотности у школьников.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – методическая система практико-ориентированного обучения математике в основной школе.

Цель исследования – разработать научно обоснованные методические рекомендации по обучению решению задач с экономическим содержанием в курсе алгебры основной школы.

Достижение цели потребовало решения следующих **задач**:

1) Выделить психолого-педагогические основы реализации практико-ориентированного обучения алгебре в основной школе.

2) Раскрыть сущность понятий «экономическая грамотность обучающихся», «задача с экономическим содержанием».

3) Классифицировать задачи с экономическим содержанием по фабуле, способу решения.

4) Раскрыть роль задач с экономическим содержанием в процессе формирования элементарной экономической грамотности обучающихся основной школы.

5) Выявить возможности использования педагогических теорий и образовательных технологий при разработке методических рекомендаций по формированию элементарной экономической грамотности обучающихся основной школы.

6) Разработать методические рекомендации по обучению школьников решению задач с экономическим содержанием.

Методологической основой исследований послужили положения теории деятельности и теории взаимодействия субъектов педагогического процесса (JI.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Н.Ф. Талызина), технология деятельностного метода (Л.Г. Петерсон), положения теории проблемного обучения (Н.И. Махмутов, Т.В. Кудрявцев, А.М. Матюшкин

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы**: анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования, анализ школьных программ, учебников и учебных пособий по математике; сравнение и обобщение опыта преподавателей математики, синтез и классификация знаний, теоретическое моделирование.

Квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы (39 наименований на 91 странице) и трёх приложений. Кроме текстовых материалов в работу включены рисунки, таблицы. Общий объем работы 114 с., основной текст составляет 90 с., на 96 с. размещены приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

1.1. Реализация практико-ориентированного обучения математике в основной школе

Важнейшую роль в ходе образовательной деятельности играет личностное развитие обучающегося. К ожидаемым качествам сформировавшейся личности выпускника ФГОС основного общего образования относит умение учиться, осознание учащимися важности образования и самообразования, а также способность практического применения полученных знаний [35]. ФГОС также выделяет направленность изучения математики на осознание значения математики в повседневной жизни человека. Теоретические знания без их применения в решении практических задач остаются неполными и не до конца осмысленными. Обучение, направленное на осознание и применение полученных знаний в реальных практических ситуациях, относят к практико-ориентированному обучению.

В настоящее время такое обучение становится всё более востребованным в школе, так как именно такое обучение даёт возможность подготовить школьников к решению задач, которые часто возникают в повседневной практической деятельности человека. Задачи практического характера обратили на себя внимание обучающихся после введения их в контрольно-измерительные материалы государственной итоговой аттестации. Особенность задач практического характера заключается в том, что при их решении возникает необходимость математизировать информацию о проблемной ситуации окружающей действительности, описанную в условии задачи на естественном языке.

ФГОС основного общего образования подчёркивает значимость применения практико-ориентированного обучения математике, проявляющееся в раскрытии межпредметных связей, демонстрации связи математики с окружающим миром и выявлении возможностей использования математики в решении практических задач.

Обращаясь к Фундаментальному ядру содержания общего образования, выделим важные для нашего исследования положения, характеризующие роль дисциплины «Математика» в подготовке обучающихся к решению практических задач [38]. Решение практических задач математики в экономической сфере связано с критической оценкой рентабельности возможных деловых партнеров и предложений, а также критической ориентацией в экономической и статистической информации; оптимизацией семейного бюджета и оценкой времени.

Концепция развития математического образования в Российской Федерации также ставит задачу развития практико-ориентированного обучения в математике, что в частности подразумевает необходимость рассмотрения приложений математики в ходе образовательного процесса [13]. Концепция утверждает, что изучение и преподавание математики должны обеспечивать готовность обучающихся к применению математики в других научных областях и областях общественной деятельности.

Примерная Основная образовательная программа основного общего образования. Передача технологии решения определённого класса практических задач является регулятивное универсальное учебное действие [27]. Среди предметных результатов выделяется большое число умений, ориентированных на решение прикладных задач, таких как: оценка результатов вычислений при решении практических задач; составление числовых выражений и их оценка при решении практических задач; решение несложных практических задач с процентами и многое другое.

Задачи с практическим содержанием являются отличным средством мотивации учебной деятельности. Для этого учителю необходимо разработать «мотивационные задания», связанные с различными жизненными ситуациями. Мотивационные задания с практическим содержанием вызывают у обучающихся желание действовать и делают личностно значимыми цели деятельности [8, 9, 11]. Например, в качестве мотивационного задания перед изучением темы сложных процентов в 9 классе, имеющего исследовательский характер, можно предложить школьникам провести сравнительный анализ услуг банков. Обучающимся необходимо найти информацию по банкам, какие тарифы по вкладам в них существуют, вычислить получаемую выгоду вкладчика при различных тарифах одного и того же банка, выявить наиболее удачный тариф в конкретном банке. Предполагается, что вносимая сумма вкладчика одинаковая и заранее установлена.

Задачами практико-ориентированного обучения занимались многие учёные-математики и педагоги-методисты, среди них Ю.М. Колягин, В.А Петров, Н.А. Терешин, Л.М. Фридман [25, 33, 37]. Изучив работы этих авторов, мы выделили основные функции задач, обеспечивающих практико-ориентированное обучение математике:

- формирование понятий;
- поддержание интереса к предмету;
- формирование таких качеств личности как любознательность, активность, способность к самообразованию и саморазвитию;
- установление связи между окружающим миром и математикой;
- формирование основ метода математического моделирования.

Таким образом, практико-ориентированное обучение является необходимым условием реализации примерной основной образовательной программы основного общего образования в соответствии с ФГОС, а практические задачи или задачи с прикладным содержанием –

неотъемлемой частью образовательного процесса. Приложение математики к решению практических задач является основным способом реализации практико-ориентированного обучения математике в основной школе.

В основе практико-ориентированного обучения лежит системно-деятельностный подход. В практике обучения системно-деятельностный подход реализуется посредством использования педагогических теорий и образовательных технологий. В нашем исследовании будем опираться на следующие педагогические теории и образовательные технологии:

- технология деятельностного метода (Л.Г. Петерсон);
- теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина);
- технология проблемного обучения (Н.И. Махмутов, Т.В. Кудрявцев, А.М. Матюшкин);

1) Технология деятельностного метода.

В теории деятельностного метода Л.Г. Петерсон проблемным вопросом является: «как научить учиться?». Решением поставленной задачи является создание проблемной ситуации и совместное построение проекта выхода [24]. При этом создание проблемной ситуации задаётся как правило через проблемную задачу. Важнейшим критерием правильности выбора проблемной задачи является нахождение её в зоне ближайшего развития школьника. Зона ближайшего развития — понятие, введенное Л.С.Выготским для характеристики связи обучения и развития. Обозначает перспективу развития ребенка, те задачи развития, которые он может решать в сотрудничестве в условиях организованного обучения. Задача педагога – быть проводником обучающегося на пути разрешения проблемной задачи. Само решение проблемной ситуации происходит по следующем рисунке (рис. 1).

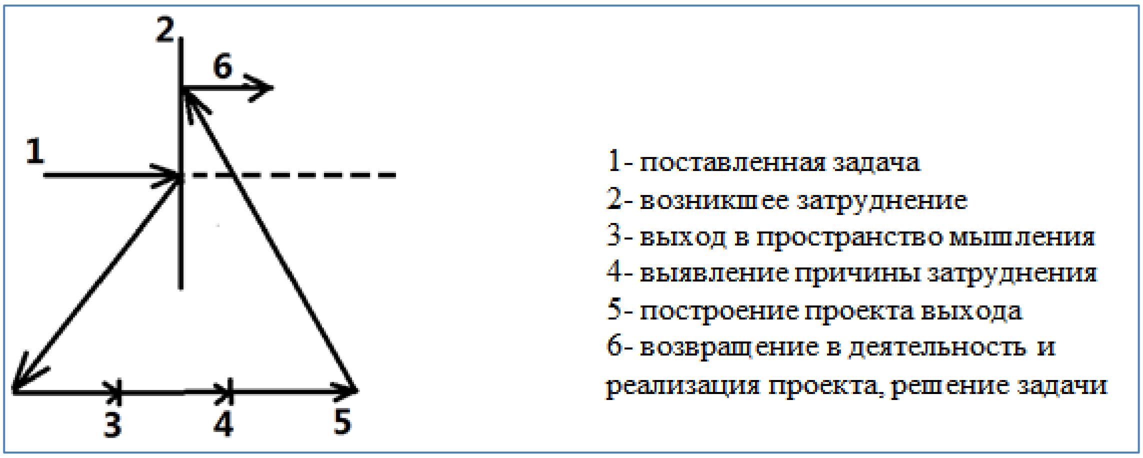

Рис. 1. Рефлексивная организация

Выделяются также основные этапы формирования умений::

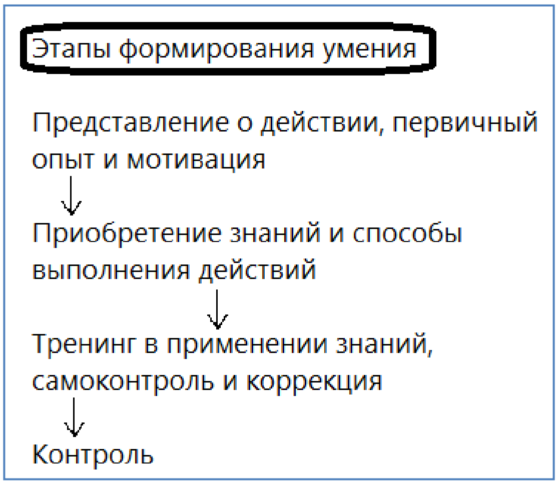

Рис. 2. Этапы формирования умения

Продвижение обучающихся к поставленной цели происходит по следующей схеме:

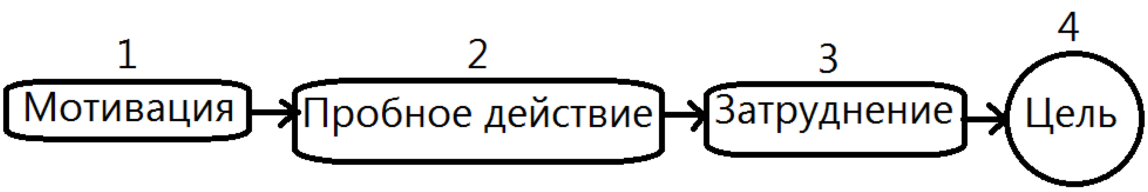

Рис. 3. Этапы целенаправленной деятельности

При этом осознание самой цели приходит к школьникам уже на этапе мотивации. Технология Л.Г.Петерсон показала свою эффективность на практике обучения.

2) Теория поэтапного формирования умственных действий.

Данная теория была разработана в 50-х годах прошлого столетия, но до сих пор остаётся актуальной. Ценность теоретической основы теории заключается в пошаговом описании этапов преобразования осваиваемых действий и их переноса во внутренний план. Теория подразумевает формирование умственных действий в шесть этапов [1, 21]:

- формирование отношения школьников к целям и задачам деятельности;
- формирование ориентировочной основы действий, т.е. системы указаний на то, как выполнить новое действие, но без непосредственной деятельности;
- действия с объектами и их наглядными представлениями: схемы, модели, чертежи, макеты, записи;
- проговаривание типа «громкая речь» без опоры на предметы;
- переход внешней речи во внутреннюю, проговаривание «про себя»;
- действие полностью переносится на внутренний план мышления.

Сопоставляя данные теории можно отметить, что теория поэтапного формирования умственных действий отлично применима на этапе усвоения новых знаний (имея в виду те знания, которые обучающиеся не в состоянии открыть самостоятельно, выходящие за область ближайшего развития). Теорию Л.Г. Петерсон можно отнести к развивающему обучению. Развивающее обучение ориентировано на зону ближайшего развития. Здесь цель – стимуляция познавательной активности школьников с целью построения и выхода из проблемной ситуации. Результатом может быть как открытие нового теоретического знания (вытекающего из уже ранее приобретённых знаний), так и решение общей или частной практической задачи. Вообще, основоположниками развивающего обучения считаются Л.В. Занков, а также Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов.

Концепция развивающего обучения предполагает 2 уровня развития: уровень ближайшего развития и уровень актуального развития. Актуальное развитие — состояние, при котором обучающийся способен самостоятельно понять и осмыслить информацию, решать задачи известными ему способами. Ближайшее развитие — потенциальный уровень развития обучающегося когда он может справиться с поставленной задачей с помощью другого человека (в частности — педагога), а после накопления опыта совместной деятельности может выполнять задания этого уровня самостоятельно. Проще говоря, уровень ближайшего развития подразумевает решение проблемной задачи.

3) Технология проблемного обучения (Н.И.Махмутов, Т.В.Кудрявцев, А.М. Матюшкин)

Основные принципы [29]:

- вести обучающихся к обобщению, не давать знания в готовом виде;
- эпизодически знакомить школьников с материалом;
- развитие самостоятельности обучающихся.

Основная суть организации деятельности – создание проблемных ситуаций и их совместное решение в ходе учебного процесса.

Этапы проблемного обучения:

- формулирование проблемной задачи, осознание общей проблемной ситуации;
- формулировка конкретной проблемы и/или частных задач;
- формулировка наводящих вопросов;
- выдвижение гипотез, проверка их правильности и обоснование;
- разработка плана решения;
- реализация плана решения задачи;
- проверка правильности решения.

Помощь педагога снижает уровень проблемности за счёт введения дополнительной информации.

Средством реализации практико-ориентированного обучения служат в частности задачи с экономическим содержанием. В следующем параграфе мы рассмотрим сущность задач с экономическим содержанием, их сущность и роль в образовательном процессе.

1.2. Определение и сущность задач с экономическим содержанием

Ранее в нашей работе мы подчеркнули факторы возрастающей роли экономических отношений, а также выделили основные позитивные факторы наличия экономических знаний субъекта [10]. Возрастающую роль математизации базовых экономических знаний в школьном курсе математики устанавливают положения Фундаментального ядра содержания основного образования [38]. Отмечается важность формирования математической грамотности всего населения: задача создания инновационной экономики и реализация социально-экономического развития Российской Федерации напрямую зависит от уровня математического образования.

Таким образом, возникает потребность формирования экономической грамотности школьников. Приобретение необходимых знаний, умений и навыков, обуславливающих должный уровень экономической грамотности, осуществляется посредством решения задач с экономическим содержанием.

С необходимостью решения задач с экономическим содержанием школьники постоянно сталкиваются не только на уроках математики, но и в повседневной жизни.

К задачам с экономическим содержанием будем относить такие задачи, в которых речь идёт о потреблении или производстве материальных благ и распределении финансов. В нашей работе мы остановимся на рассмотрении только тех экономических задач, которые связаны с финансовыми отношениями субъектов деятельности. Анализ литературы показал, что внешний вид подобных математических заданий, как правило, представляет собой текстовую задачу.

Обучение решению экономических задач согласуется основными целями обучения математике. Приведём конкретные примеры обоснований:

- В направлении личностного развития. Обоснования: роль математики в развитии торговли с начальных этапов её формирования; способность к принятию решений, связных с распределением бюджета и его заблаговременным планированием в условиях кризиса.
- В метапредметном направлении. Обоснование: составление таблиц доходов и расходов денежных средств, построение моделей для мгновенного расчёта вырученной денежной суммы.
- В предметном направлении. Обоснование: определение цены некоторого количества товара, определение цены товара до и после скидки, определение суммы кредита при вложении.

Говоря о задачах с экономическим содержанием, как частном случае задач на приложение математики, выделим их основные функции:

- формирование у обучающихся базового уровня экономической грамотности, обеспечивающей адаптацию в современной социально-экономической среде;
- расширение представлений о понятиях экономических отношений, таких как: цена, количество товара, скидка, уценка, сделка, выручка, вклад, кредит, акция и другие;
- мотивация обучающихся и поддержание интереса к математике;

- установление межпредметной связи «математика-экономика»;
- формирование практических применений математики в повседневной жизни в процессе социально-экономической деятельности;
- развитие навыков математического моделирования при решении экономических задач реальной жизни.

Решение задач с экономическим содержанием тесно связано с математическим моделированием, при котором обучающиеся строят модель задачи, которая отражает существенные с точки зрения условия задачи признаки объектов.

При составлении математической модели педагогу целесообразно руководствоваться следующими дидактическими принципами этого процесса:

- принцип научности (использование теоретических основ науки в построении модели);
- принцип доступности (процесс построения модели должен быть полностью понятен обучающимся и находиться в зоне их ближайшего развития);
- принцип наглядности (модель должна быть наглядной, понятной в возможности её всестороннего исследования);
- принцип простоты восприятия (простота восприятия модели оказывает помощь в поиске методов её исследования).

Математическое моделирование при решении задач условно можно разбить на этапы:

- выявление необходимости построение модели;
- математизация условия, выявление существенных признаков;
- построение математической модели задачи;
- решение задачи внутри построенной модели, используя аппарат математической науки – исследование математической модели.

- трактовка результатов в соответствии с поставленной задачей;

Возможности использования математического моделирования при обучении математике были выделены А.Я. Блохом. По мнению учёного, существует три основных направления использования моделирования:

- при введении понятий;
- при решении текстовых задач;
- для использования зависимостей, выражающих естественнонаучные закономерности.

В нашей работе математическое моделирование выступает основным методом решения задач с экономическим содержанием. Решение задач с экономическим содержанием в курсе алгебры основной школы, как правило, подразумевает составление алгебраических моделей и использование символьного языка алгебры. Исследование таких моделей и решение задачи внутри модели реализуется посредством использования аппарата алгебры школьного курса математики, в частности: составление и решение уравнений и неравенств; использование понятий и свойств арифметической и геометрической прогрессий; оперирование понятием процента и решением основных задач на проценты.

1.3. Задачи и их роль в обучении математике

Задачи являются неотъемлемой частью содержания математики. Мотивация введения новых понятий в методике математике как правило актуализируется какой-либо новой задачей. Таким же образом могут актуализироваться новые способы нахождения решений заданий или введение новой теоретической основы. Главным средством закрепления новых знаний, контроля знаний также являются задачи [28]. Кроме того, задачи предназначены для демонстрации межпредметных связей.

Практико-ориентированные задачи, как особый класс, помогают привнести математические знания в реальную деятельность в различных сферах общественной жизни. Через решение задач реализуется воспитательная, развивающая и образовательная функции обучения математике.

Говоря о классификации задач, обеспечивающих практико-ориентированное обучение, обратимся к обобщению М.В. Егуповой [7]. Автор предлагает бинарную классификацию: задачи, направленные на обучение приложениям математики, и задачи, направленные на изучение математики с помощью её приложений. Также М.В. Егупова выделяет ряд признаков практико-ориентированных задач: область приложения математики, сложность математизации условия, математические методы решения, назначение в обучении.

Существуют классификации задач по различным признакам (компонентам): по методу решения, по месту в процессе обучения, по характеру требования, по виду мыслительной деятельности, по компонентам учебной деятельности и многие другие [19].

Ниже приведём классификацию задач с экономическим содержанием по месту в математическом содержании школьного курса алгебры в основной школе:

- задачи на усвоение математических понятий (например, дробь или процент; понятие прямой и обратной пропорциональности);
- задачи на отработку правил (например, основные задачи на дроби или основные задачи на проценты; задачи на деление числа в заданном отношении);
- задачи на применение математических свойств (например, свойств математических действий на множестве натуральных чисел или применение свойств делимости при решении задач);
- задачи на решение уравнений (например, линейных, квадратных, дробно-рациональных или диофантовых);

- задачи на последовательности и прогрессии и их приложения (например, задачи на сложные и простые проценты).

Различают следующие компоненты задач: условие (начальное состояние), базис решения (теоретическое обоснование решения), решение (преобразование условия задачи для нахождения требуемого заключения), заключение (конечное состояние). В соответствии с компонентами выделяют также основные этапы работы над задачей: анализ условия, поиск решения, составление плана решения, реализация плана решения задачи, трактовка результата и его проверка, формулировка ответа, взгляд назад.

С методической точки зрения ход работы с любой задачей отлично изложил математик Д. Пойа в своей книге «Как решать задачу» [26]. Эта методика укладывается в следующих положениях:

1. Понять предложенную задачу.

2. Найти путь от неизвестного к данным, если нужно, рассмотрев промежуточные задачи («анализ»).

3. Реализовать найденную идею решения («синтез»).

4. Решение проверить и оценить критически.

Коснёмся вопроса методики организации обучения решению задач с экономическим содержанием. Обучение решению задач с экономическим содержанием должно состоять из нескольких этапов:

1. Этап усвоения новых знаний и способов деятельности;
2. Этап закрепления и систематизации полученных знаний;
3. Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности.

На каждом из этапов целесообразно осуществить подбор системы задач, которая бы обеспечила необходимый уровень усвоения математического материала.

С точки зрения организации деятельности этапы различаются степенью участия педагога и вовлечённости в процесс решения задач школьниками. На первом этапе педагог играет ведущую роль, демонстрируя обучающимся необходимые алгоритмы и методы решения задач. Здесь же происходит первичная мотивация и актуализация материала; кроме этого, педагог оценивает первичный уровень понимания нового материала при фронтальной работе с классом. На втором этапе роль педагога уменьшается и обучающиеся принимают более активную роль, пытаясь уже самостоятельно решать задачи на новом уровне, в зоне ближайшего развития. Педагог проверяет умения обучающихся действовать в аналогичной и частично изменённой ситуации. На первых двух этапах педагог выполняет образовательную функцию, играет роль проводника в решении задач, задавая наводящие вопросы, реализуя принцип проблемного обучения и системно-деятельностного подхода. На последнем же этапе эта роль угасает и на педагоге остаётся лишь контролирующая функция. Он организует контроль деятельности обучающихся, про котором они выполняют задания самостоятельно: в индивидуальном порядке, от начала и до конца.

Так, задачи являются главным средством обучения. Сочетание различных форм и методов работы с обучающимися, а также грамотно подобранная система задач является ключом к успеху реализации эффективной образовательной деятельности.

1.4. Возрастные особенности учащихся и их учёт в процессе обучения математике

Согласно Федеральному Государственному образовательному Стандарту основного общего образования, процесс обучения должен быть направлен на всестороннее развитие личности школьника [35]. Само по себе развитие личности во многом зависит от её физиологического, психологического и эмоционального состояния. Эти состояния не являются устойчивыми и стабильными: они меняют своё качество на протяжении всей жизни человека и зависят от его возраста. Таким образом, рассматривая в частности личность обучающегося, очень важным представляется учёт возрастных особенностей её развития в ходе образовательного процесса.

Категории школьников по возрастному критерию условно можно разделить на младший школьный возраст 6-10 лет, средний школьный (подростковый) возраст 11-15 лет и старший школьный возраст (ранняя юность) 15-18 лет [32].

Наше исследование ориентировано на учащихся 5-9 классов, поэтому будем рассматривать возрастные особенности среднего и старшего школьного возраста.

Учёт возрастных особенностей является для педагога важнейшим педагогическим принципом, в соответствии с которым он:

- выбирает оптимальную методику обучения (формы и методы);
- регламентирует учебную нагрузку;
- регулирует поведение и оказывает помощь в решении проблемных ситуаций внутри коллектива.

Рассмотрим особенности подросткового периода. Данный период является переходным между детством и взрослостью. С точки зрения развития является наиболее сложным, поскольку проходит на фоне резких изменений в физиологической и психологической структуре. С точки зрения физиологии – прежде всего половое созревание, с психологической точки зрения – начало формирования мировоззрения и основных жизненных принципов. Для данного периода характерны:

- резкая смена эмоциональных состояний;
- высокая подверженность внешним факторам;
- стремление к познанию окружающей действительности;

- формирование мировоззрения.

Поясним вышесказанное. Смена эмоциональных состояний вызвана не только половым созреванием ребёнка, но и тенденцией быть в центре внимания [34]. Это стремление побуждает подростка к совершению непредсказуемых и противоречивых поступков, к вызывающему девиантному поведению. Часто школьник понимает, что поступает неправильно, однако всё равно придерживается своей поведенческой стратегии. Таким образом, возникает широкий спектр внутренних противоречий: желание показать себя со скованностью и закрытостью, самоуверенность с неудовлетворённостью собой, потребность в заботе и ласке с жёсткостью и агрессией. Чувство взрослости граничит с отсутствием жизненного опыта. Эмоциональные переживания часто отражаются во внешних проявлениях – меняется походка, речь, мимика, манеры поведения.

Противоречивость личности обуславливает высокий уровень подверженности внешним воздействиям: любая критика в сторону подростка может являться для него сильным ударом по эмоциональной структуре. Кроме того, снова проявляется тенденция раннего детства, такая как подражание: подросток копирует привычки лидеров своего окружения, меняет свой внешний облик в соответствии с установившейся к кругу модой. Поэтому очень важным фактором является регуляция среды нахождения подростка, необходимо минимизировать источники «дурного тона» и окружить подростка «правильными» примерами подражания [12]. Такая сильная зависимость характеризуется тем, что в подростковом возрасте школьник склонен к «впитыванию» информации и стремлению к познанию окружающего мира. Подростковый период является особенно важным, поскольку на его пике можно как заложить основы для формирования гармоничной личности, так и «запустить» ребёнка. Обучающийся в состоянии особенно хорошо воспринимать информацию, легко мотивируем со стороны педагога, в случае, если осуществляется постоянный контроль его внимания и эмоционального состояния. У школьника проявляется самостоятельность, желание двигаться вперёд и разбираться с непонятными вещами. В процессе познания действительности и получаемого опыта происходит первичное формирование мировоззрения и жизненной позиции обучающегося. Поэтому видится важным в ходе образовательного процесса осуществлять воспитание качеств личности школьника посредством бесед, рассказов и передачи личного опыта педагога.

Таким образом, можем выделить рекомендации по работе с обучающимися подросткового возраста в ходе образовательного процесса. Педагогу целесообразно:

- уделять большее внимание беседам и передаче собственного жизненного опыта;
- сформировать доверительное отношение с обучающимися;
- уважать мнение каждого школьника и внимательно выслушивать его, публично не осуждая и не оспаривая;
- при нарушении конкретным школьником норм поведения, проводить беседу, не переходя на личность, а используя в своей речи предложения вида: «по моему мнению…», «в данной ситуации я бы поступил…», а так же выявлять причину и внутренние противоречия посредством задания вопросов;
- приводить примеры хорошего тона и этичного поведения;
- использование разнообразных коллективных и индивидуальных форм общения: бесед, поручений, просьб;
- не ставить на всеобщее обозрение внешний вид и жизненную позицию каких-либо обучающихся;

- отмечать и приводить в пример добросовестные поступки и примеры хорошего поведения школьников, преодолевших трудности коммуникативного и учебного процесса;
- оказывать помощь в решении конфликтов внутри коллектива;
- уделять особое внимание воспитанию положительных качеств у лидеров коллектива класса.

Перейдём к рассмотрению возрастных особенностей юношеского (старшего подросткового) возраста. По сравнению с подростковым, юношеский период более спокойный, протекает у школьников стабильно. С физиологической точки зрения он характерен:

- завершением полового созревания;
- завершение функционального развития тканей и органов;
- замедлением темпа роста тела, увеличение темпа роста мышечных тканей;
- способностью к более сильным физическим и умственным нагрузкам.

Особенности восприятия и запоминания информации также претерпевают изменения. В отличие от подросткового возраста, процесс получения информации становится более осознанным: школьник понимает, какая информация ему необходима, а какую можно обойти стороной. Кроме того, заметно повышается уровень самостоятельности: если в подростковом возрасте ребёнка необходимо быть больше мотивировать, больше «наталкивать» на проявление познавательной активности, то в юношеском возрасте он уже не нуждается в такой степени мотивации и способен самостоятельно и осознанно проходить процесс обучения. Другими словами, степень контроля со стороны родителей и педагога уменьшается, но ни в коем случае не исключает его [31].

Психологической особенностью юношеского возраста является ориентирование школьника на свой внутренний мир. В отличие от подросткового возраста, когда обучающийся большую часть своего внимания уделяет внешним факторам, в юношеском возрасте ребёнок начинает уделять большое внимание своим «внутренним процессам». При погружении в свой внутренний мир, школьник сталкивается с глубокими внутренними проблемами и вопросами, ответы на которые они не могут получить в кругу сверстников. В связи с этим, возникает ещё одно отличие от подросткового возраста: в подростковом возрасте основным ориентиром в определении своей позиции и получении опыта выступал круг сверстников, в юношеском возрасте ориентиром для ребёнка выступают родители. Таким образом, контролирующая функция родителей уходит на второй план, а на первый выходит воспитательная. Именно сейчас ребёнок готов к адекватному восприятию слов родителей и нуждаются в их совете. Юношеский период характеризуется тенденцией школьников не просто получать ответы на вопросы, но и проверять их достоверность. На первый план встаёт формирование таких умений как: способность к анализу, рассуждению, аргументации. В формировании таких качеств в первую очередь оказывает помощь педагог. При решении учебных проблемных задач, в частности математических, развиваются умения выдвигать гипотезы, обосновывать их, проводить доказательства и обоснования своим суждениям. Кроме того формируются коммуникативные навыки, вырабатывается культура общения. Перед школьниками на первый план встают вопросы самоопределения, осознания своего места в социальной структуре и предназначения в жизни. Задача педагога – продемонстрировать посредством обучения своего предмета многовариантные возможности дальнейшего развития и профессионального определения обучающихся.

Так, можем сформулировать рекомендации по работе с обучающимися старшего школьного возраста:

- повышение умственной нагрузки;

- осуществление обратной связи с родителями;
- формирование универсальных учебных действий: анализ, структурирование, синтез, формулировки умозаключений;
- формирование культуры общения: выдвижение гипотез, обоснование суждений, уважительное отношение к мнению товарищей, способность к дискуссии, выработка коммуникативных навыков;
- оказание помощи в дальнейшем профессиональном определении обучающихся.

Выводы по первой главе

Формирование экономической грамотности является одной из важнейших задач образовательной среды современного общества. Экономическая грамотность выступает критерием успешной социальной мобильности и адаптации к постоянно изменяющейся социальной среде.

Основополагающим компонентом образовательного процесса в формировании навыков и демонстрации реальных приложений математики является практико-ориентированное обучение.

Основным средством, реализующим практико-ориентированное обучение математике в средней школе, является задача с практическим содержанием.

Задачи с экономическим содержанием являются типом задач, реализующих практико-ориентированное обучение и обеспечивающих первоначальный уровень экономической грамотности школьников.

Обучение решению задач с экономическим содержанием связано с формированием умения математического моделирования у обучающихся.

Важнейшим методологическим аспектом обучения решению задач с экономическим содержанием является использования эффективных педагогических теорий и образовательных технологий в ходе образовательного процесса.

Анализ учебно-педагогической литературы показал неполноту и отсутствие целостности в обучении решению задач экономического содержания в курсе алгебры 5-9 классов. Таким образом, разработка методических рекомендаций по обучению решению задач с экономическим содержанием в курсе алгебры основной школы остаётся актуальной.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ В КОНТЕКСТЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

2.1. Анализ учебно-методических комплектов на предмет содержания задач с экономическим содержанием

В данном параграфе проведём анализ учебно-методических комплектов Г.Ф. Дорофеева (5-9 кл.), С.М. Никольского (5-9 кл.) и Ю.Н. Макарычева (7-9 кл.) [22, 3, 15].

Из перечня задач выделим те, которые можем отнести к задачам с экономическим содержанием. При этом будем указывать место изучения конкретных типов задач в общем курсе, то есть укажем класс, тему параграфа или раздела включения задач. Поскольку в отношении изложения материала (названия тем, их распределение и порядок следования) учебники различных авторов построены по-разному, то будем прибегать к обобщению на основе сравнительного анализа учебно-методических комплектов.

При анализе задач будем выделять содержащиеся в них экономические понятия, а также те понятия, о которых целесообразно упомянуть педагогу на различных этапах работы с задачей.

Кроме места задач в курсе и содержащихся экономических понятий, укажем те предметные знания, которыми обучающиеся должны владеть для решения поставленной задачи. При решении задач предметные знания будет выражаться через осуществляемые способы деятельности. Поэтому в данном пункте будем отмечать необходимые математические действия, которые обучающиеся будут производить при решении задач.

Для удобства представления результатов анализа приведём следующую таблицу.

Таблица 1

Экономические задачи в содержании курса алгебры основной школы

Класс	Тема	Экономические понятия	Характеристика видов деятельности обучающихся
5	натуральные числа и действия над ними, свойства действий.	Цена, товар, услуга, стоимость, денежная сумма (деньги), выручка, продажа, покупка, сдача, зарплата.	Осуществление простейших арифметических операций над натуральными числами (сложение, вычитание, умножение, деление), применение свойств действий с натуральными числами (переместительное, сочетательное, распределительное).
5	задачи на части, задачи на уравнивание (задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности).	Цена, товар, услуга, стоимость, денежная сумма (деньги), выручка, продажа, покупка, сдача, зарплата, фирма, распределение финансов, бюджет.	Определять, что является частью; интерпретировать объекты как части; соотносить части с их количественной характеристикой.
5	делимость чисел, свойства и признаки делимости.	Цена, достоинство монет, стоимость, размен.	Знать признаки и свойства делимости.

5	понятие дроби и равенство дробей.	Деньги, выручка, зарплата.	Уметь определять доли, уметь определять равные дроби, уметь применять основное свойство дроби, уметь сокращать дроби.
5	задачи на дроби.	Сумма денег, цена, стоимость, количество товара зарплата, расход, доход, выручка.	Уметь определять целое и часть, уметь применять правила нахождения части целого и целого по его части, уметь искать отношение двух чисел.
5	действия с дробями (обыкновенными и смешанными).	Цена, стоимость, количество товара, деньги, расход.	Уметь приводить дроби к общему знаменателю, осуществлять сравнение дробей, уметь применять законы сложения и умножения дробей, уметь применять правила вычитания и деления дробей.
6	отношение, пропорция, прямая и обратная пропорциональность.	Количество товара, стоимость товара.	Уметь составлять отношение и пропорции, уметь определять зависимость между величинами (прямо пропорциональные и обратно пропорциональные), уметь решать пропорции, применять основное

			свойство пропорции.
6	деление числа в данном отношении.	Сумма денег, акция, вклад, прибыль, распределение финансов.	Уметь строить отношения чисел и применять формулу деления числа в заданном отношении, уметь считать распределение в соответствии с заданным отношением.
6	понятие о проценте, задачи на проценты.	Товар, партия товаров, услуга, цена, стоимость, денежная сумма (деньги), выручка, продажа, покупка, сдача, скидка, экономия, распродажа, уценка, зарплата, распределение финансов, бюджет, акция, фирма, предприниматель, ссуда, надбавка, банк, вклад, счёт, начисление, инфляция.	Уметь определять заданное число процентов от некоторой величины, уметь решать основные задачи на проценты: нахождения процента от числа (величины), нахождение числа (величины) по его проценту, нахождение процентного отношения чисел (величин).
6	решение уравнений.	Товар, цена, стоимость, сдача.	Уметь составлять и решать уравнения, уметь применять свойства и законы арифметических действий при решении уравнений.
6	десятичные дроби и действия над ними.	Валюта, товар, цена, стоимость, сумма денег.	Уметь переводить обыкновенные дроби в

			десятичные, уметь осуществлять переводы в десятичной системе мер, осуществлять арифметические операции с десятичными дробями (сравнение, сложение, вычитание, деление).
6	десятичные дроби и проценты.	товар, партия товаров, услуга, цена, стоимость, денежная сумма (деньги), выручка, продажа, покупка, сдача, скидка, экономия, распродажа, уценка, зарплата, фирма, распределение финансов, бюджет, акция, предприниматель, ссуда, надбавка, банк, вклад, счёт, начисление, инфляция.	уметь выражать проценты десятичной дробью, уметь решать основные задачи на проценты с использованием операций умножения и деления на десятичные дроби.
6	задачи на простые проценты.	Товар, цена, стоимость, скидка, банк, вклад, процент по вкладу, предприниматель, акция, счёт, доход.	Уметь составлять буквенные выражения по условию задачи, уметь использовать основные задачи на проценты, уметь выводить и применять формулу простых процентов при решении задач на вклады.
6	задачи на сложные	Товар, цена, стоимость,	Уметь составлять

	проценты.	скидка, банк, вклад, процент по вкладу, предприниматель, акция, счёт, доход.	буквенные выражения по условию задачи, уметь использовать основные задачи на проценты, уметь выводить и применять формулу сложных процентов при решении задач на вклады.
7	буквенные выражения.	Цена, стоимость, товар, вклад, выручка, расход, доход, предприятие, фонд, налог, заработок, зарплата.	Составлять буквенные выражения по условию задач, решать задачи в общем виде относительно введённой переменной.
7	решение задач с помощью линейных уравнений.	Цена, стоимость, товар, количество товара, размен.	Составлять уравнение по условию задачи, решать линейное уравнение, интерпретировать результат в соответствии с условием задачи.
7	решение задач с помощью систем линейных уравнений.	Цена, стоимость, сумма денег, товар, количество товара, счёт, валюта, экспорт, прибыль, банк, зарплата, заработок, размен.	Составлять систему уравнений по условию задачи, решать системы линейных уравнений, интерпретировать результат в соответствии с условием задачи.
7	линейные диофантовы уравнения.	Цена, стоимость, сумма денег, товар, количество товара.	Составлять и решать линейные диофантовы уравнения по условию задач, интерпретировать полученный результат в

			соответствии с условием задачи.
8	применение квадратных уравнений к решению текстовых задач.	Цена, стоимость, сумма денег, товар, количество товара, вклад, процент по вкладу.	Составлять квадратные уравнения по условию задачи, решать квадратные уравнения, интерпретировать результат в соответствии с условием задачи.
8	решение задач при помощи рациональных уравнений.	Цена, стоимость, сумма денег, товар, количество товара, предприниматель, акция.	Составлять рациональные уравнения по условию задачи, решать рациональные уравнения, интерпретировать результат в соответствии с условием задачи.
9	арифметическая прогрессия.	Сумма денег, плата, денежный фонд, фирма, зарплата.	Понятие арифметической прогрессии, формула n-ого члена, формула суммы.
9	простые проценты.	Цена, товар, стоимость, штраф, кредит, просрочка, банк, вклад, процент по вкладу, доход по вкладу, предприниматель, выручка, акция, зарплата.	Выявлять задачи на применение формулы простых процентов, знать условия применения простых процентов при решении задач, применять формулу простых процентов при решении задач.

9	геометрическая прогрессия.	Сумма денег, плата, денежный фонд, фирма, предприниматель, зарплата.	Понятие геометрической прогрессии, формула n-ого члена, формула суммы.
9	сложные проценты.	Цена, товар, стоимость, штраф, кредит, просрочка, банк, вклад, процент по вкладу, доход по вкладу, предприниматель, выручка, акция, зарплата.	Выявлять задачи на применение формулы сложных процентов, знать условия применения сложных процентов при решении задач, применять формулу простых процентов при решении задач.

Сформулируем перечень общих вопросов, на которые отвечают обучающиеся при решении задач:

- сколько денег было (сколько заплатили), сколько осталось (какова сдача)?

- сколько денег получено (каков доход, какова прибыль, выручка, зарплата), сколько денег потрачено (каков расход, каковы издержки)?

- сколько денег было истрачено на всю покупку или на каждую из покупок?

- можно ли разменять деньги, можно ли уравнять суммы?

- какова цена товара, стоимость единицы товара или каково количества товара?

- каково изменение цены или количество товара (на сколько, или во сколько стало больше или меньше)?

- как должны разделить деньги вкладчики между собой (сколько денег должен внести каждый вкладчик)?

- какую сумму денег (какую долю прибыли) получит каждый вкладчик?

- какова зависимость между ценой товара и стоимостью нескольких таких товаров при постоянном количестве?

- какова зависимость между количеством товаров одного сорта и их стоимостью при постоянной цене?

- каково изменение стоимости товара (на сколько или во сколько) при заданном процентном изменении?

- каково процентное изменение стоимости товара (на сколько или во сколько)?

- каково процентное отношение цен товаров?

- какая сумма окажется на счёте вклада (какая сумма будет у вкладчика по истечению определённого срока)?

- какова будет величина вклада (по истечению определённого срока)?

- через сколько лет вложенная сумма удовлетворится?

Учебно-методические комплекты содержат большой набор задач по представленным темам. Учебно-методический комплект С.М. Никольского 5-6 классов характеризуется более высоким уровнем сложности задач по сравнению с комплектом Г.Ф. Дорофеева, который характеризуется простотой и краткостью изложения материала. В приоритете УМК Никольского – опережающее обучение, состоящее в широком охвате и качественном изложении материала. Например, уже в учебнике 5 класса С.М. Никольского школьники знакомятся с основными задачами на дроби, тогда как Г.Ф. Дорофеев касается их только в 6 классе. В 6 классе того же автора рассматриваются понятия и решаются задачи на прямую и обратную пропорциональность, а в учебниках Г.Ф. Дорофеева и Ю.Н. Макарычева эта тема рассматривается в 7 классе. Точно также в 6 классе представлена тема «деление числа в данном отношении», которая предшествует темам «пропорция» и «прямая и обратная пропорциональность», данных в самой первой главе учебника 6 класса «отношения, пропорции, проценты».

Надо отметить также наличие в содержании УМК Никольского особых разделов «со звёздочкой» для дополнительного изучения, которые дополняют курс интересными темами и подкрепляют дифференцированный подход в обучении математике. Среди таких тем, например: в 6 классе – сложные задачи на проценты, которые содержат задачи на сложные и простые проценты; в 7 классе – это задачи на решение диофантовых уравнений. В остальных УМК тема простых и сложных процентов затрагивается лишь в 9 классе при изучении прогрессий. Тема простых процентов в комплектах Ю.Н. Макарычева отсутствует и рассматриваются лишь сложные проценты.

При имеющихся преимуществах УМК С.М. Никольского он обладает и недостатками, которые выражены в малом количестве задач с экономическим содержанием при изучении решений уравнений и их систем в 7-9 классах. В этом случае целесообразно обратиться к комплектам Ю.Н. Макарычева и Г.Ф. Дорофеева.

Особый уровень качества предложенных задач надо отметить в УМК Г.Ф. Дорофеева при рассмотрении тем 9 класса о прогрессиях и связанных с ними задачах на простые и сложные проценты. В учебнике, дидактических материалах и задачниках представлен огромный пласт задач данной тематики, который позволяет лучшим образом сформировать навыки решения задач на вклады, кредиты и другие финансовые отношения. Задачи наполнены большим количеством экономических понятий, что также способствует повышению уровню экономической грамотности обучающихся.

В следующих пунктах рассмотрим методику организации деятельности обучающихся при обучении решению задач с экономическим содержанием.

2.2. Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в 5 классе

Задачи с экономическим содержанием в 5 классе основаны на применении свойств и законов арифметических действий с натуральными числами и дробями. В учебно-методических комплектах предлагаются задачи на определение цены товара или его количества, на расчёт расходов и прибыли при заданных условиях, а также определение количества денег субъектов в ходе сделок. В задачах на части осуществляется актуализация введения новой абстрактной величины – «части». В содержание также включены задачи на использование свойств чётности. Происходит освоение понятия дроби, рассматриваются задачи на дроби, в которых требуется найти часть от суммы и сумму по части.

1. Натуральные числа и действия над ними, свойства действий. Задачи данного раздела ориентированы на применение и закрепление обучающимися основных действий на множестве натуральных чисел и свойств действий. В задачах требуется обычно определить начальную или конечную сумму денег, расход, доход, разницу в ценах. Например, определить, сколько денег выручил магазин с покупки товара (какая сумма была получена кассой); сколько денег осталось у покупателя, какую сдачу получит покупатель; какую прибыль получил торговец со сделки.

2. Задачи на части, задачи на уравнивание (задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности). Данная тема подразумевает также применение свойств действий при решении задач, но уже на новом уровне, определяя зависимость между объектами в соответствии с зависимостью некоторых абстрактных величин – «частей», которыми обозначены эти объекты или их характеристики (например, стоимость). В задачах как правило требуется определить стоимость товара или сумму денег.

Например, определить стоимость книги или распределение расходов фирмы.

3. Делимость чисел, свойства и признаки делимости. В данных задачах речь идёт о возможности размена денег некоторым числом монет определённого достоинства, а также о возможности уравнивание числа монет. При решении задач обучающиеся используют свойства чётности.

4. Понятие дроби и равенство дробей. В данных задачах обучающиеся пользуются понятием долей и дробей, осуществляют сокращение дробей, получая дробь, равную данной, руководствуясь основным свойством дроби. Говоря о содержании задач, требуется определить, какую часть одно число представляет от другого. Например, при известной выручке за всю работу известно, сколько денег получено работником на данный момент; требуется ответить на вопрос, какую часть всей работы выполнил работник. Здесь также осуществляется работа с переводами в различные денежные меры, например, при ответе на вопрос, какую часть 1руб. составляет 1коп.

5. Задачи на дроби. Данный раздел посвящён решению основных задач на дроби, в которых требуется найти часть числа или число по его части. В качестве числа в задачах выступает некоторая сумма денег. Обучающимся требуется: найти начальную и конечную сумму денег или цену товара; определить, какую часть денег истратили; определить выручку или зарплату. Например, при известной доле понижения цены необходимо найти новую цену товара. Или наоборот: известна сумма денег в результате понижения её на определённую долю, найти первоначальную сумму денег.

6. Действия с дробями (обыкновенными и смешанными). Здесь обучающиеся закрепляют основные действия с дробями. Элементы содержания такие же, как и в предыдущем пункте. Задачи также могут быть самые разнообразные. Например, дана цена товара и цена упаковки,

составляющая некоторую долю цены товара; требуется найти стоимость товара в упаковке.

Рассмотрим процесс обучения решению задач с экономическим содержанием на примере темы «Задачи на части» в курсе математики 5 класса.

После закрепления знаний и навыков по применению свойств действий с натуральными числами на алгебраических примерах, школьный курс математики предусматривает расширение полученных знаний при решении текстовых задачах, отражающих реальные жизненные ситуации.

Сначала обучающиеся решают экономические задачи, которые основаны на применении свойств действий над натуральными числами и на установлении связи между объектами, о которых идёт речь в условии задачи. С точки зрения обучения математики, целесообразна постепенная подготовка обучающихся к решению задач методом введения новой переменной. Отличным средством формирования первых представлений о методе введения новых переменных как фундаментальном методе математического моделирования являются «Задачи на части».

При решении задач на части обучающиеся уже не просто используют данные задачи, но и делают первые шаги к введению некоторых абстрактных величин (объектов) – так называемых «частей». Части помогают выявить количественное отношение объектов. Для устранения трудностей, возникающих при использовании метода абстрагирования, а также в поддержку принципов доступности и простоты восприятия части приняли визуализировать в виде отрезков. Визуальное соотношение между длинами отрезков даёт обучающимся возможность установить связи между объектами, которые изображены данными отрезками.

В процессе решения задач с экономическим содержанием за часть обычно принимается стоимость единицы товара, либо некоторое количество товара заданной стоимости. На интуитивном уровне обучающиеся понимают, что, при увеличении количества единиц товара, общая цена также возрастает. Кроме того, они понимают также, что товару с меньшей ценой соответствует отрезок меньшей длины, а товару с большей ценой – отрезок большей длины, однако данному вопросу необходимо уделить внимание непосредственно при решении задач. Важнейшим аспектом является то, что отрезок, обозначающий товар меньшей стоимости, является мерой отрезка, обозначающего товар большей стоимости. Более подробно о соотношении цены, стоимости и количества товара обучающиеся узнают в 6, 7 классах при прохождении зависимостей между величинами.

Необходимо подчеркнуть, что задачи на части являются важнейшим элементом математического содержания, поскольку они являются предпосылкой и подготовкой обучающихся к введению переменной величины и решению уравнений. На данном этапе абстрактной величиной является не введённая буквенная переменная, а «часть», которая наглядно представляется отрезком единичной длины.

Обучение решению задач с экономическим содержанием будет состоять из нескольких этапов:

1. Этап усвоения новых знаний и способов деятельности;
2. Этап закрепления и систематизации полученных знаний;
3. Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности.

Опишем процесс организации деятельности в соответствии с этими этапами, общее содержание которых было раскрыто в первой главе.

1) **Этап усвоения новых знаний и способов деятельности**. Для организации деятельности на уровне усвоения новых знаний необходимо так построить процесс решения задач, чтобы у учащихся была возможность самостоятельно найти решение в зоне ближайшего развития. В этом смысле педагог должен создавать проблемную ситуацию.

Проблемность в контексте решения задач с экономическим содержанием заключается в следующем:

- конкретная задача не является типичной для обучающихся;

- незнакомая формулировка задачи;

- новая ситуация, описанная в условии.

На этапе усвоения знаний педагог задаёт наводящие вопросы. Педагог может выбрать любой из двух способов работы:

- задание прямых проблемных вопросов и параллельная запись решения;

- разработка плана решения, заданием вопросов методом восходящего анализа.

Выбор способа зависит от уровня подготовленности обучающихся.

При проблемном задании необходимо помнить, что обучающиеся обладают необходимым набором знаний для решения задачи. Проблема состоит в поиске направления пути решения конкретной задачи. Роль «проводника» на этом пути является педагог, который шаг за шагом строит «мост», ведущий от заключения задачи к её условию. Данный приём называется восходящим анализом. Педагог знает решение задачи. Его задача – методом задания проблемных вопросов по принципу восходящего анализа установить связь между данными задачи и искомой величиной, а затем, после совместного ответа на вопросы, воспроизвести последовательно шаги решения задачи. Педагог разбирает решение задач у доски, работает с классом фронтально.

Задача 1.1. За рубашку папа заплатил на 120 р. больше, чем за галстук. Известно, что рубашка дороже галстука в 4 раза. Сколько стоит рубашка?

Решение.

Сделайте схематический рисунок к задаче, приняв стоимость галстука за 1 часть.

Вопросы:

- достаточно ли знать стоимость галстука, чтобы узнать стоимость рубашки?

- достаточно ли знать, сколько рублей приходится на 1 часть, чтобы узнать стоимость галстука?

- достаточно ли знать разницу в стоимости рубашки и галстука, чтобы узнать, сколько рублей приходится на 1 часть?

- в условии нам дана разница в стоимости рубашки и галстука, значит, сможем найти цену рубашки.

Поэтапная запись решения.

Если стоимость галстука составляет 1 часть, то стоимость рубашки составляет 4 таких же части (рис. 4).

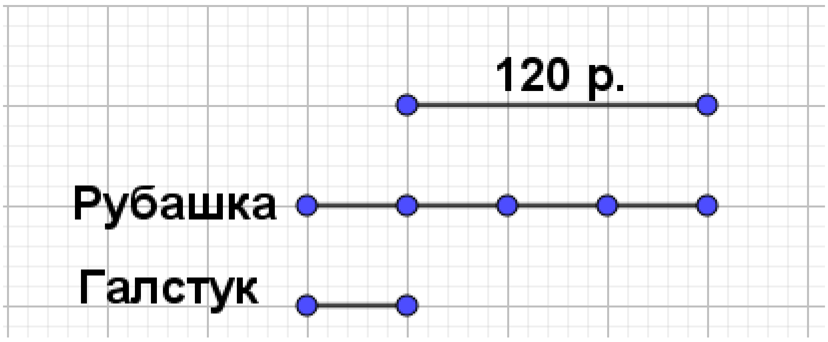

Рис. 4. Рисунок к задаче 1.1

1) 4-1=3(части) – приходится на 120р.;

2) 120:3=40(р.) – приходится на 1 часть (стоит галстук);

3) 4·40=160(р.) – стоит рубашка.

Ответ: 160р.

Задача 1.2. За рубашку и галстук папа заплатил 640 р. Рубашка дороже галстука в 4 раза. Сколько стоит рубашка?

Решение.

Сделайте схематический рисунок к задаче, приняв стоимость галстука за 1 часть.

Вопросы:

- достаточно ли знать стоимость галстука, чтобы узнать стоимость рубашки?

- достаточно ли знать, сколько рублей приходится на 1 часть, чтобы узнать стоимость галстука?

- достаточно ли знать, сколько рублей приходится на все части, чтобы узнать, сколько рублей приходится на 1 часть?

- достаточно ли знать совместную стоимость галстука и рубашки, чтобы узнать, сколько рублей приходится на все части?

- в условии нам дана совместная стоимость галстука и рубашки, значит, можем найти стоимость рубашки.

Поэтапная запись решения.

Если стоимость галстука составляет 1 часть, то стоимость рубашки составляет 4 таких же части (рис. 5).

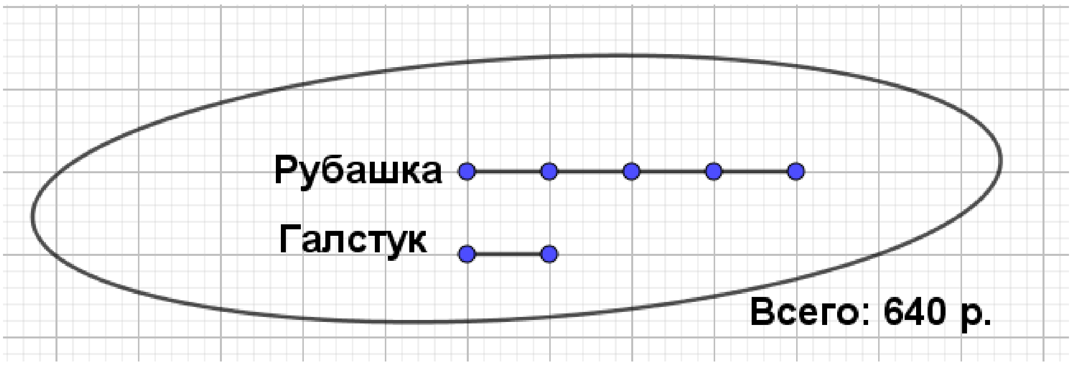

Рис. 5. Рисунок к задаче 1.2

1) 4+1= 5 (частей) – всего, значит 5 частей соответствуют 640 р.

2) 640:5 =128 (р.) – соответствует одной части, значит это стоимость галстука.

3) 128·4=512 (р.) – стоимость рубашки.

Ответ: 512 р.

Задача 1.3. Журнал дороже газеты на 25 р., а вместе они стоят 43 р. Сколько стоят газета и журнал в отдельности?

Решение.

Сделайте схематический рисунок к задаче, приняв стоимость газеты за 1 часть.

Вопросы:

- достаточно ли знать стоимость газеты, чтобы узнать стоимость журнала?

- достаточно ли знать, сколько рублей приходится на 1 часть, чтобы узнать стоимость газеты?

- достаточно ли знать, сколько рублей приходится на 2 части, чтобы узнать, сколько рублей приходится на 1 часть?

- достаточно ли знать совместную стоимость и разницу в цене, чтобы узнать, сколько рублей приходится на 2 части?

- в условии нам дана совместная стоимость и разница в цене, поэтому можем найти стоимость каждого товара.

Поэтапная запись решения.

Если стоимость галстука газеты 1 часть, то стоимость журнала составляет такую же часть и ещё отрезок, соответствующий сумме 25 р. (рис. 6).

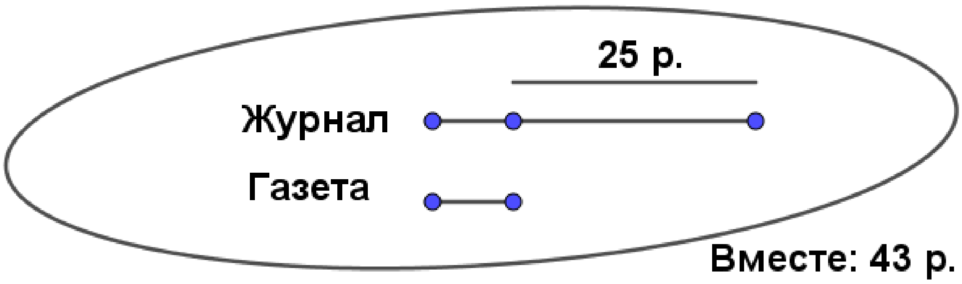

Рис. 6. Рисунок к задаче 1.3

1) 43 – 25 = 18 (р.) – две части.

2) 18:2 = 9 (р.) – 1 часть, стоимость газеты.

3) 9 + 25 = 34 (р.) – стоимость журнала.

Ответ: 9р., 34р.

2) **Этап закрепления и систематизации знаний.** Возрастные особенности обучающихся находят отражение в форме организации процесса закрепления и систематизации знаний. В 5 классе очень важна взаимопомощь обучающихся: она способствует более качественному усвоению материала, поскольку пропадает страх школьников остаться с задачей «в одиночестве». Также данный аспект подкрепляет принцип постепенного переноса активной умственной деятельности со стороны педагога на сторону обучающегося. Большую роль в данном возрасте оказывает также соревновательный аспект: благодаря ему происходит большая мотивация и стимуляция познавательной активности школьников.

В связи с вышесказанным целесообразна организация групповой соревновательной деятельности, которая может быть построена следующим образом:

- класс разделяется на несколько команд (групп); капитан каждой команды – один из отличников класса, который отвечает за работу к каждой группе; каждой команде предлагается один и тот же перечень задач; каждая команда в результате совместной работы предоставляет своё решение задачи по готовности;

- представитель команды выходит к доске и объясняет всем решение, защищая так командную работу; остальные внимательно слушают, задают вопросы представителю и обсуждают правильность решения; важным условие является то, что капитаны к доске не вызываются: при готовности команды предоставить решение у других команд есть право согласовать и выбрать любого члена из выдвигающейся команды, который обязан будет выйти к доске на защиту задачи;

- (данный момент помогает добиться понимания решения задачи от отстающих учащихся, таким образом внутри каждой команды работа будет ориентирована именно на отстающих школьников)

- если решение верное и на все вопросы от других команд дан правильный ответ, то команде начисляется два очка; если допущены ошибки в ответе на вопросы, но решение в целом верное, то одно; в остальных случаях очки не засчитываются и приглашается представитель другой команды.

Педагог также участвует в процессе, но уже не даёт обучающимся готовые решения задач. При защите задачи у доски он задаёт проблемные вопросы, основанных на восходящем анализе условия задач.

Задача 2.1. Предположим, что у вас и у меня имеется одинаковая сумма денег. Сколько денег я должен вам дать, чтобы у вас стало на 10р. больше, чем у меня?

Решение.

Целесообразно изобразить схематический рисунок.

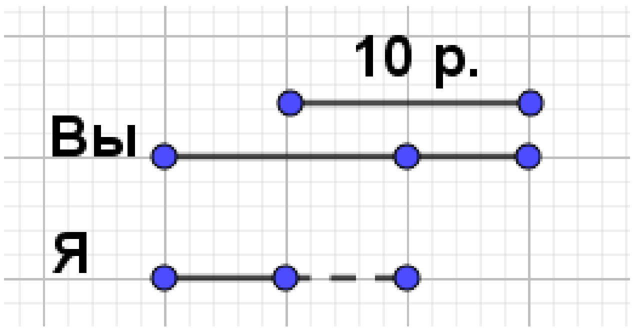

Рис. 7. Рисунок к задаче 2.1

1) разница в 10 рублей состоит из «суммы вычета» и «суммы прибавления».

2) сумма вычета равна сумме прибавления, значит отдать нужно половину разницы, то есть 5 рублей.

Ответ: 5 р.

Задача 2.2. Ежемесячно для закупки хозяйственных и канцелярских товаров фирма выделяет некоторую сумму денег. На приобретение хозяйственных товаров тратится 1 часть этой суммы, канцелярских – 3 части. Найдите распределение денег в сентябре, когда фирма выделила 36 тыс. р.

Решение.

1) 1+3=4 (части) – всего; они соответствуют 36000 р.

2) 36000:4=9000 (р.) – приходится на 1 часть, т.е. на хозтовары.

3) 9000·3=27000 или 36000 – 9000 = 27000 (р.) – затрачено на канцелярские товары.

Ответ: 9000 р., 27000р.

Задача 2.3. Паша, Вера и Коля вложили денежные средства в развитие своей общей фирмы. Вклад Паши составил 7 частей от общей суммы, Веры – 4 части, Коли – 5 частей. Какова общая вложенная сумма, если вклад Паши составил 140000 р.?

Решение.

1) 140000:7=20000 (р.) – соответствует 1 части.

2) 7+4+5=16 (частей) – всего.

3) 20000·16=320000 (р.) – общая сумма вложений.

Ответ: 320000 р.

3) **Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности**. На данном этапе организуется индивидуальная самостоятельная работа обучающихся по вариантам. Варианты заданий представлены в приложении 1.

2.3. Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в 6 классе

В 6 классе обучающиеся осваивают понятия прямой и обратной пропорциональности, применяя знания при составлении таблиц зависимости между ценой товара, стоимостью и его количеством. Решению задач предшествует введение понятия цены товара. Обучающиеся осваивают способ решения задач на совместные денежные вклады, основанный на делении числа в заданном отношении. Далее обучающиеся знакомятся с понятием процента и рассматривают основные задачи на проценты, для каждой из которых формулируются правила их решения. После освоения правил предлагается изучить другой способ решения основных задач на проценты, основанный на построении пропорциональных отношений в виде схем. При составлении пропорций вводится неизвестная переменная. Неизвестную переменную используют далее при составлении уравнений к простейшим задачам с экономическим содержанием. Для усвоения понятия десятичной дроби и закрепления навыков применения свойств действий над ними, также решаются задачи с экономическим содержанием. После этого устанавливается связь десятичных дробей и процентов, и решаются основные задачи на проценты, но уже с использованием десятичных дробей. Сложные задачи на проценты являются синтезирующими задачами. В них школьники применяют все полученные знания о процентах. Этот раздел является дополнительным, в котором учащиеся знакомятся с понятием банковских вкладов.

Обучающиеся знакомятся с определением понятия цены. Цена есть отношение стоимости товара к его массе или количеству единиц товара. Например, если за 2кг товара заплатили 100р., то его цена равна $\frac{100\,р.}{2\,кг}=50\,\frac{р.}{кг}$. Если за 3 одинаковые книги заплатили 240р., то цена одной книги равна $\frac{240\,р.}{3\,шт.}=80\,\frac{р.}{шт.}$. Знаменатель в единицах цены обычно не пишут, а пишут и говорят: «цена одного кг товара 50р.» и «цена одной книги 80р.»

1. Отношение, пропорция, прямая и обратная пропорциональность. В данных задачах учащиеся знакомятся с понятием прямой и обратной пропорциональности, учатся определять вид зависимости между величинами. Например, определяют зависимость между ценой товара и

стоимостью нескольких таких товаров при постоянном количестве или зависимость между количеством товаров одного сорта и их стоимостью при постоянной цене. В задачах строят таблицы, отражающие поэтапное изменение величин, которые наглядно демонстрируют характер зависимости.

2. Деление числа в данном отношении. Данные задачи основаны на правиле деления числа в заданном отношении, которое формулируется в общем виде. Актуализируется числовым примером, затем обобщается: разделим число $c, (c \neq 0)$ в отношении $a : b$, $(a \neq 0, b \neq 0)$. Получим два числа $\frac{c \cdot a}{a+b}$ и $\frac{c \cdot b}{a+b}$. Данное правило можно обобщить и на более число переменных. Смысловое содержание решаемых задач состоит в совместном вложении субъектов некоторой суммы денег, распределённой между ними в различных отношениях. Например, несколько субъектов вложили свои деньги на покупку акций; известны суммы вложений каждого из субъектов; через некоторое время субъекты продали акции за определённую сумму денег; требуется определить, сколько денег получит каждый из субъектов. Другая задача: известно число рабочих на нескольких предприятиях; известно также, что все предприятия выручили определённую сумму денег; необходимо найти, какую сумму выручило каждое из предприятий. Или: несколько человек совместно хотят купить многокомнатный дом с известным числом комнат за определённую сумму денег; известно, сколько комнат хочет иметь каждый из покупателей; требуется определить, сколько денег должен внести каждый из них.

3. Понятие о проценте, задачи на проценты. Решаются задачи на проценты, где величиной выступает денежная сумма. Здесь же формулируются правила решения задач на проценты.

Правило 1. Чтобы найти p % от числа (величины) A, надо найти $\frac{p}{100}$ от A, т.е. $p\%$ от A – это $\frac{p}{100} \cdot A$.

Правило 2. Чтобы найти число, p % которого равны B, надо сначала найти 1% от искомого числа (отношение числа B к p), а затем полученный результат умножить на 100. Таким образом, искомое число можно вычислить так: $\frac{B}{p} \cdot 100$.

Правило 3. Чтобы узнать, сколько процентов первое число составляет от второго, надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100.

После усвоения обучающимися данных правил даётся новый способ решения задач на проценты с помощью составления пропорции на основании схемы. В данном случае обучающиеся знакомятся с новым для них приёмом введения неизвестной переменной. Текстовые задачи могут иметь самое различное содержание. Например: Служащий вложил некоторую сумму в акции своего предпринимателя и получил известный процент дохода; требуется определить, сколько рублей выручит служащий.

4. Решение уравнений. В данном разделе происходит первое знакомство обучающихся с уравнениями. Обучающиеся решают задачи на основе составления линейного уравнения с одной переменной. Линия уравнений продолжается в 7 классе, где обучающиеся более подробно вернуться к изучению данной темы. На данном этапе обучающиеся решают простейшие экономические задачи, связанные с составлением линейного уравнения и его решением. Здесь предлагается большой перечень задач, которые аналогичны тем, что решали обучающиеся при изучении задач на «части». Отличием является лишь метод решения задач: теперь вместо условных частей-отрезков учащиеся вводят новую буквенную переменную.

5. Десятичные дроби и действия над ними. Здесь обучающиеся усваивают понятие десятичной дроби и закрепляют навыки осуществления операций над десятичными дробями на примерах решения экономических задач. При освоении понятия десятичной дроби учащиеся решают задачи на перевод различных денежных единиц (например, рубли в копейки). Правила действий с десятичными дробями школьники также закрепляют на решении задач. Особенностью условий задач является то, что цены товаров выражены десятичными дробями.

6. Десятичные дроби и проценты. В данном разделе устанавливается связь понятий десятичных дробей и процентов; задачи на проценты решаются на основе осуществления операций с десятичными дробями. Решаются задачи на нахождения процента от цены, цены по её проценту и задача о нахождении процентного отношения чисел цен. Содержание задач очень разнообразное, включающее в себя много экономических понятий: акция, вклад, штраф, начисление и так далее. Например: банк начисляет на вклад ежегодно определённое число процентов; определить сумму денег, которая будет на счету вклада через год, если известна начальная сумма вклада.

7. Задачи на простые проценты.

Данные задачи связаны с расчётом дохода по вкладам, когда процент начисляется на начальную сумму. Теоретической основой является увеличение или уменьшение числа на заданное число процентов с помощью умножения на десятичную дробь. Основную решаемую обучающимися задачу можно сформулировать в общем виде следующим образом. Вкладчик положил в банк a р. Банк начисляет ежемесячно p% дохода на сумму первоначального вклада. Какая сумма S окажется на счёте вкладчика через n месяцев?

8. Задачи на сложные проценты.

Данные задачи связаны с расчётом дохода по вкладам, когда процент начисляется на сумму, находящуюся на счёте в начале месяц, года или другого времени. Теоретической основой является увеличение или уменьшение числа на заданное число процентов с помощью умножения на десятичную дробь. Основную решаемую обучающимися задачу можно сформулировать в общем виде следующим образом. Вкладчик положил в банк a р. Банк начисляет ежемесячно p% дохода на сумму вклада, находящуюся на счёте вкладчика к началу месяца. Какая сумма S окажется на счёте вкладчика через n месяцев?

Задачи на сложные и простые проценты являются дополнением к основному изучаемому материалу и включены в раздел «Сложные задачи на проценты». Сначала данные задачи актуализируются числовыми примерами, а затем обучающимся предлагается решение задач в общем виде, в котором известные величины обозначены буквами. Этот методический аспект подготавливает обучающихся к последующему рассмотрению в 7 классе темы «буквенные выражения» и даёт первые представления о решении задач в общем виде. После построения общих математических моделей задач формулируются утверждения.

Утверждение 1. Если проценты начисляют на постоянную сумму, то говорят, что начисляют простые проценты, а формулу $S = a \cdot \left(1 + n \cdot \frac{p}{100}\right)$ называют формулой простых процентов.

Утверждение 2. Если проценты начисляют на изменяющуюся сумму, то говорят, что начисляют сложные проценты, а формулу $S = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ называют формулой сложных процентов.

Кроме того, в этом же разделе рассматривается решение следующей задачи. Цену товара увеличили на 10%, затем снизили на 10%. Найти, сколько процентов составляет новая цена от первоначальной. Решение также основано на введении новой переменной.

Рассмотрим процесс обучения решению задач с экономическим содержанием на примере темы «Десятичные дроби и проценты» в курсе математики 6 класса.

Данная тема изучается школьниками после освоения понятия десятичной дроби и операций над ними, а также овладения способами решения основных задач на проценты: по общим правилам и по составлению пропорции, а также основные задачи на дроби. Задачи, рассматриваемые в разделе «Десятичные дроби и проценты» посвящены также решению основных задач на проценты, но уже на основании применения свойств действий с десятичными дробями.

1) **Этап усвоения новых знаний и способов деятельности**. На данном этапе педагог осуществляет разбор задач у доски, работая с классом фронтально. В основе организации деятельности лежит теория поэтапного формирования умственных действий, а также метод проблемного задания. В соответствии с первой теорией, на этапе усвоения новых знаний целесообразно совместное проговаривание (внешняя речь) с педагогом основных принципов осуществления тех или иных действий при решении конкретных задач. Приведём примеры задач, которые целесообразно рассмотреть с обучающимися при организации совместной деятельности класса и педагога.

Задача 1.1.

а) Найти 13% от 60 р.

б) Найти число, 35% которого равны 700 р.

в) Из 40 р. потратили 37 р. Определите процент потраченных денег.

Решение.

Целесообразно проговаривание с обучающимися определения понятия процента: «процент – это сотая часть числа».

а) Совместное проговаривание правила: «Чтобы найти дробь (часть) от числа, нужно данную дробь (часть) умножить на данное число». Вопросы для обучающихся: известна ли нам дробь; какая это дробь; известно ли нам число?

Пошаговая запись решения:

1) 13% от 60 равны $\frac{13}{100}$ или 0,13 от 60.

2) применяя правило к десятичной дроби, имеем: $60 \cdot 0{,}13 = 7{,}8$ (р.).

Ответ: 7,8 р.

б) Совместное проговаривание правила: Чтобы найти число по его части (дроби), нужно данное число разделить на данную дробь». Вопросы для обучающихся: известна ли нам дробь; какая это дробь; известно ли нам число?

Пошаговая запись решения:

1) число 700 составляет 35%, или $\frac{35}{100}$, или 0,35 от неизвестного числа.

2) найдём это число, применяя правило для десятичной дроби: 700:0,35=2000 (р.).

Ответ: 2000 р.

в) Совместное проговаривание правила: «Чтобы узнать, сколько процентов первое число составляет от второго, надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100». Вопросы для обучающихся: всех ли данных достаточно для решения задачи, даны ли числа; можем ли мы найти отношение чисел?

Пошаговая запись решения:

1) 1 способ. Затрата денег составляет $\frac{37}{40}$, или $\frac{37 \cdot 100}{40} \cdot \frac{1}{100} = 92{,}5 \cdot \frac{1}{100}$, т.е. 92,5 %

2) 2 способ. Воспользовавшись правилом, умножим отношение чисел на 100 %, получим: $\frac{37 \cdot 100}{40}\% = 92{,}5\%$.

Ответ: 92,5 %

Задача 1.2. Согласно российским законам заработок человека облагается так называемым подоходным налогом, который составляет 13% от зарплаты. Какую сумму в качестве подоходного налога должен заплатить человек, заработавший 12500 р.?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать процент, который составляет подоходный налог от общей суммы заработка, чтобы найти сумму уплачиваемого налога?

- в условии нам дан процент, значит можем найти сумму; проговаривание правила нахождения процента от числа.

Поэтапная запись решения.

1) 13 % соответствует десятичной дроби 0,13 от числа 12500.

2) в соответствии с правилом нахождения процента от числа находим: 12500·0,13 = 1625 (р.) – сумма, составляющая подоходный доход.

Ответ: 1625 р.

Задача 1.3. За доставку и установку стиральной машины заплатили 540 р. Это составляет 5% от стоимости машины. Сколько стоит стиральная машина?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать стоимость доставки и установки стиральной машины, чтобы узнать собственную цену стиральной машины?

- достаточно ли знать денежное соответствие

Поэтапная запись решения.

1) 5 % соответствует десятичной дроби 0,05. Данной дроби соответствует сумма 540 р., уплаченная за доставку и установку стиральной машины.

2) Общая стоимость составляет 100 % уплаченной суммы. По правилу нахождения числа (общей стоимости) по его дроби – проценту (5 %), находим: 540:0,05 =10800 (р.) – стоимость стиральной машины.

Ответ: 10800 р.

Задача 1.4. В банке открыт счёт на 8000 р. сроком на 1 год. Через год сумма на счёте стала равной 8640 р. Сколько процентов от вложенной суммы составляет новая сумма на счёте?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать начальную и конечную сумму на счёте вклада, чтобы найти процентное отношение сумм?

- какое правило лежит в основе решения задачи?

- нам даны начальная и конечная суммы, можем найти их процентное отношение.

Поэтапная запись решения.

1) Найдём отношение конечной и вложенной сумм: $\frac{8640}{8000}=1{,}08$

2) По правилу нахождения процентного отношения двух чисел, выразим найденное отношение в процентах: 1,08·100% = 108%.

Ответ: 108 %

2) **Этап закрепления и систематизации знаний.** В силу возрастных особенностей на данном этапе целесообразно также, как и в 5 классе, организовать коммуникативную связь учащихся при решении задач. С другой стороны, необходимо увеличивать долю ответственности за решение задачи по сравнению с формой, которая применялась в 5 классе.

В связи с этим, целесообразно отходить от групповой формы работы, переходя к работе в парах.

Парная работа организовывается следующим образом. Обучающимся предлагается перечень задач. Лучше работать с каждой задачей последовательно. Каждый из школьников решает задачи, оформляя свой способ решения в тетради. Затем обучающиеся в парах меняются тетрадями. Педагог озвучивает верный ответ к конкретной задаче. В парах осуществляется проверка ответа на правильность. Далее, один из обучающихся, получивший правильный ответ выходит к доске и предлагает своё решение. Класс совместно обсуждает предлагаемое решение, педагог задаёт вопросы и помогает прийти к единому верному решению. По ходу обсуждения решения школьники осуществляют проверку правильности решения своего напарника, внося исправления и замечания в их тетради. После чего, обучающиеся возвращают друг другу свои тетради и объясняют ошибки. После того, как все задачи будут разобраны, пары осуществляют взаимную оценку деятельности по решению задач, а также оценку контролирующей деятельности напарника. В результате, каждый учащийся будет иметь две оценки в тетради. При данном способе организации деятельности также стимулируется постоянная познавательная активность обучающихся и развиваются их коммуникативные навыки.

На доске предполагается разбор решений следующих задач.

Задача 2.1. Предприниматель купил на складе товар за 1100 р. и планирует продавать его в магазине на 15 % дороже. Сколько будет стоить этот товар в магазине?

Решение.

Вопросы:

- чтобы узнать стоимость товара в магазине, достаточно ли знать денежное изменение цены?

- чтобы узнать денежное изменение цены, достаточно ли знать процентное изменение цены? Какое правило нужно применить?

- процентное изменение цены дано в задаче, значит, можем найти новую стоимость товара.

Поэтапная запись решения.

1) по правилу нахождения процента от числа имеем: $1100 \cdot 0{,}15 = 165$ (р.) – изменение цены.

2) $1100 + 165 = 1265$ (р.) - новая цена

Ответ: 1265 р.

Задача 2.2. Акции фирмы в августе стоили 1000 р., а в сентябре их цена повысилась на 30 р. На сколько процентов повысилась цена акции? Сколько процентов от изначальной суммы составляет новая цена?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать денежное изменение цены, чтобы найти процентное изменение?

- какое правило лежит в основе решения задачи?

- нам дано денежное изменение цены, можем найти процентное.

Поэтапная запись решения.

1) Изначальная стоимость соответствовала 100 %, цена повысилась на 30 р., можем найти процентное изменение цены по правилу процентного отношения чисел.
2) В соответствии с правилом, находим: $\frac{30 \cdot 100}{1000}\% = 3\%$

Ответ: 3 %.

Задача 2.3. Пешеход за нарушение правил дорожного движения должен до определённого срока уплатить штраф 200 р. За каждый просроченный день сумма увеличивается на 2 % от суммы штрафа.

Сколько придётся заплатить пешеходу, если он просрочит уплату штрафа на 5 дней?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать, какую сумму пешеход должен уплатить за 1 просроченный день, чтобы найти, сколько он обязан будет выплатить за 5 дней?

- достаточно ли знать, на какую сумму увеличился штраф за 1 день, чтобы определить, какую сумму пешеход должен уплатить за 1 просроченный день?

- достаточно ли знать процентное повышение суммы штрафа, чтобы узнать денежное повышение суммы штрафа за 1 просроченный день?

- в условии нам дано нам дано процентное изменение суммы штрафа, значит можем найти сумму штрафа за 5 просроченных дней.

Поэтапная запись решения.

1) 2% соответствует десятичной дроби 0,02; по правилу нахождения процента от числа имеем: $200 \cdot 0{,}02 = 4$ (р.) – сумма увеличения штрафа за 1 просроченный день.

2) $4 \cdot 5 = 20$ (р.) – сумма увеличения штрафа за 5 просроченный дней.

3) $200 + 20 = 220$ (р.) – сумма штрафа за 5 просроченных дней.

Ответ: 220 р.

Задача 2.4. Во время распродажи лимонад стоимостью 15 р. за бутылку продавали на 20 % дешевле. Сколько денег сэкономит покупатель, если он купит партию в 120 бутылок?

Решение.

Вопросы:

- достаточно ли знать разницу между ценой партии до и во время распродажи, чтобы узнать размер сэкономленной суммы?

- достаточно ли знать цену партии до и во время распродажи, чтобы узнать разницу в ценах?

- достаточно ли знать цену 1 бутылки до и во время распродажи, чтобы узнать цены соответствующих партий?

- достаточно ли знать процент изменения цены, чтобы узнать цену одной бутылки во время распродажи?

- процент изменения цены даны в задаче, значит, можем найти сэкономленную сумму.

Поэтапная запись решения.

1) 15·120 = 1800 (р.) – стоимость партии из 120 бутылок до распродажи.

2) 15·0,2 = 3 (р.) – разница в цене до и после распродажи.

3) 120·12 = 1440 (р.) – стоимость партии в распродажу.

4) 1800 – 1400 = 360 (р.) – экономия.

Ответ: 360 р.

Целесообразно обсудить с обучающимися и другой способ решения этой задачи. Этапы решения представим ниже.

1) 15·120 = 1800 (р.) – стоимость партии из 120 бутылок до распродажи.

2) Поскольку разница в цене до и после распродажи 1 бутылки составляет 20 %, то разница в цене партии из 120 бутылок до и после распродажи тоже составит 20 %. Эта разница и будет составлять сэкономленную сумму денег. Значит: 1800·20% =1800·0,2 = 360 (р.) – сэкономленная сумма денег.

3) **Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности**. На данном этапе организуется индивидуальная самостоятельная работа обучающихся по вариантам. Варианты заданий представлены в приложении 1.

2.4. Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в 7 и 8 классах

В 7 и 8 классе продолжается линия решения уравнений и их систем, которая положила начало ещё в 6 классе. Здесь обучающиеся знакомятся уже с более сложными по сравнению с 6 классом задачами на составление уравнений, а также осваивают и применяют различные способы их решения.

Подготовительным этапом к решению уравнений и их систем в программе 7 класса является знакомство обучающихся с темой «буквенные выражения». После этого следует решение задач на основе составления линейных уравнений и их систем. В методических комплектах представлен также дополнительный раздел, который посвящён решению диофантовых уравнений. При составлении диофантовых уравнений чаще всего неизвестными выступают количественные эквиваленты товаров разного сорта.

1. Буквенные выражения. Данный раздел является подготовительным этапом к решению уравнений. Здесь обучающиеся глубже осваивают метод введения новых переменных (одной и нескольких), составляют буквенные выражения в соответствии с условиями задач, находят численные значения выражений в зависимости от задания введённых переменных. Учащимся предлагается обширный набор задач с экономическим содержанием. Определяя формулы общей стоимости товаров, формулы доходов, формулы для выражения суммы на вкладах и другие. Например: сотрудники некоторого предприятия отчисляют в пенсионный фонд заданное число процентов от заработной платы; требуется ввести переменные и записать формулу зависимости размера пенсионных отчислений от величины заработной платы.

2. Решение задач с помощью линейных уравнений. Обучающиеся составляют линейные уравнения как модель решения задач с экономическим содержанием. В задачах учащиеся определяют стоимость товаров, количество товаров, количество участников процесса экономических отношений. Например: несколько субъектов хотят произвести покупку. Известно, что если каждый из них вложит в покупку данную (но равную) сумму денег, то им не хватит на покупку известное число рублей. Точно также, если каждый вложит другую сумму (известную в условии, большую первой суммы), то с покупки у них останется определённая сумма денег (получат сдачу). Необходимо определить количество субъектов-покупателей, а также определить стоимость товара.

3. Решение задач с помощью систем линейных уравнений. Условия задач описывают определённые двухвариантные отношения, к каждому из которых составляется уравнение. При этом установлена некоторая взаимная связь между двумя (или тремя) описанными вариантами отношений. В результате обучающиеся получают систему из двух (или трёх) линейных уравнений с двумя неизвестными. В задачах описываются различные экономические ситуации. Например: у человека два счёта, всего на них лежит определённая сумма денег. С каждого из счетов снимают определённое (разное или одинаковое) число процентов находящейся на них суммы, при этом становится известна общая снятая сумма. Требуется найти, сколько денег лежит на каждом счёте.

4. Линейные диофантовы уравнения. Этот дополнительный раздел сочетает в себе такие элементы умений как введение новых переменных, а также использование свойств делимости. Здесь обучающиеся знакомятся с понятием диофантового уравнения (уравнения в целых числах), которое вводится следующим образом. Пусть дано уравнение

$ax+by=c(a \neq 0, b \neq 0)$, коэффициенты a,b,c которого – целые числа. Если поставлена задача найти только такие его решения (x_0, y_0), где x_0, y_0 - целые числа, то это уравнение называют **линейным диофантовым уравнением**.

Задачи посвящены определению количества товаров при заданных соотношениях. Пример конкретной задачи: «Некий чиновник купил лошадей и быков за 1770 талеров. За каждую лошадь он уплатил по 31 талеру, а за каждого быка – по 21 талеру. Сколько лошадей и быков купил чиновник?». Необходимо подчеркнуть общекультурную и познавательную ценность задач, поскольку в данном разделе приведено большое число заданий, условия которых были предложены великими математиками и философами мира, среди них: Леонардо Пизанский, Л. Эйлер, Джан Цюцзянь, Адам Ризе, Л.Ф. Магницкий и другие.

Опишем методику организации деятельности при решении задач с экономическим содержанием в 7 классе на примере темы «системы линейных уравнений».

1) **Этап усвоения новых знаний и способов деятельности**. Также, как и в других классах, основой работы с обучающимися будет являться метод проблемного задания. Отличие будет заключаться в выборе метода работы с задачей, поскольку метод восходящего анализа мало подходит при изучении решений уравнений. Это связано с упрощением алгебраических выражений, а также с равносильностью переходов, осуществляемых пошагово от исходного уравнения (условия) к его решению (заключению). В связи с этим будет организована фронтальная работа с проблемным заданием, основанным, во-первых на формализации условия задач (введении новых переменных и составление уравнения), и во-вторых, на последовательном обсуждении осуществляемых равносильных преобразований.

С обучающимися целесообразно повторить понятие о равносильности систем уравнений, а также основные способы решения систем: метод подстановки, метод уравнивания коэффициентов.

Задача 1.1. Можно ли разменять сторублёвую купюру пятирублёвыми и однорублёвыми монетами так, чтобы всех монет было 30?

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Как связать достоинство монет и купюр с их количеством? Сколько уравнений потребуется составить?

Поэтапная запись решения.

Допустим, что следует взять x пятирублёвых и y однорублёвых монет. По условию $x + y = 30$. Так как с помощью этих монет нужно разменять 100 р., то должно выполняться равенство $5x + y = 100$. Получили систему уравнений.

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 5x + y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 30 - x \\ 5x + y = 100 \end{cases}$$

Решим систему методом подстановки. Решение системы сводится к решению линейного уравнения:

$$5x + 30 - x = 100$$

Найдя $x = 17\frac{1}{2}$, находим $y = 12\frac{1}{2}$.

По смыслу задачи x и y должны быть натуральными числами, а мы получили дробные числа.

Ответ: Разменять сторублёвую купюру указанным способом невозможно.

Задача 1.2. Прибыль «Бетта-банка» за квартал составила 45 % от прибыли «Гамма-банка», а прибыль «Дельта-банка» за тот же квартал составила 75 % от прибыли «Гамма-банка». Определите прибыть каждого из банков, если их общая прибыль равна 440 млн. р.

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Как установить взаимосвязь прибылей банков и как записать их общую прибыль? Сколько уравнений потребуется составить?

Поэтапная запись решения.

Обозначим x, y, z р. – прибыли «Бетта-банка», «Гамма-банка», «Дельта-банка» соответственно. Тогда, условие связи прибыли «Бетта-банка» и «Гамма-банка» будет выражено следующим образом: $x = 0{,}45y$. Аналогично, условие связи прибыли «Дельта-банка» и «Гамма-банка» будет выражено так: $z = 0{,}75y$. А общая прибыль: $x + y + z = 440$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 0{,}45y \\ z = 0{,}75y. \\ x + y + z = 440 \end{cases}$$

Используя метод подстановки, получаем:

$$0{,}45y + y + 0{,}75y = 440$$

$$y = 200$$

Находим также: $x = 0{,}45 \cdot 200 = 90$, $z = 0{,}75 \cdot 200 = 150$.

Можно осуществить проверку по общей прибыли:

$$90 + 200 + 150 = 440$$

Ответ: 90 тыс. р., 200 тыс. р., 150 тыс. р.

Задача 1.3. У человека два счёта, всего на них лежит 150 тыс. р. Если с первого счёта снять 25 %, а со второго счёта – 50 %, то всего будет снято 50 тыс. р. Сколько денег лежит на каждом счёте?

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Какова будет зависимость между переменными в соответствии с условием задачи? Сколько уравнений потребуется составить?

Поэтапная запись решения.

Пусть x р. – лежит на первом счёте, y тыс. р. – на втором. Значит, 25 % первого счёта составляет $0,25x$ тыс. р., а 50 % второго счёта составляет $0,5y$ тыс. р. Тогда общая снятая сумма составляет $0,25x + 0,5y$ тыс. р. Зная, что изначально в сумме лежало 150 тыс. р., а сняли 50 тыс. р., можем составить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 0,25x + 0,5y = 50 \end{cases}$$

Домножим второе уравнение системы на 100, получим равносильную систему:

$$\begin{cases} y = 150 - x \\ 25x + 50y = 5000 \end{cases}$$

Воспользуемся методом подстановки, переходя к уравнению:

$$25x + 50(150 - x) = 5000$$

Откуда $x = 100, y = 50.$

Ответ: 100 тыс. р., 50 тыс. р.

2) **Этап закрепления и систематизации знаний.** Для организации деятельности на данном этапе в 7, 8 классе будем использовать метод «снежного кома» при работе с задачами. Данным метод состоит в следующем:

- педагог предлагает обучающимся задачу; одного из обучающихся вызывает к доске для её решения;

- обучающийся приступает к решению задачи у доски; педагог работает фронтально с классом, выполняя одновременно контролирующую функцию;

- на определённом этапе решения задачи педагог «меняет» человека, находящего у доски на любого другого школьника; решение продолжает уже следующий обучающийся;

- так, поэтапно приходим к полной записи решения задачи; каждый вызванный к доске школьник отвечает за свою часть решения.

Данный метод очень полезен, поскольку он побуждает каждого школьника к постоянной познавательной активности и «включённости» в каждую задачу: никто заранее не знает (кроме педагога), какой обучающийся будет приглашён к доске следующим, поэтому внимательным и активным приходится быть каждому школьнику.

Задача 2.1. Хозяйка купила говядины по 245 р. за килограмм и свинины по 330 р. за килограмм. Говядины было куплено на 1 кг больше, чем свинины, а денег на неё потрачено на 150 р. больше, чем на свинину. Сколько килограмм (целых) говядины и свинины было куплено?

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Как будет выражаться взаимное отношение количества и цен купленной свинины и говядины? Сколько уравнений потребуется составить?

Поэтапная запись решения.

Пусть x кг – говядины, y кг – свинины было куплено. Тогда по условию: $x = y + 1$ – относительно количества товаров, а относительно цены товаров: $245x = 330y + 150$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x = y + 1 \\ 245x = 330y + 150 \end{cases}$$

Методом подстановки, получаем уравнение:

$$245(y + 1) = 330y + 150$$

$$y = \frac{95}{85}; \quad x = \frac{95}{85} + 1$$

Так как необходимо узнать целое число килограмм, то:

$$y = 1; \quad x = 1 + 1 = 2$$

Ответ: 2 кг говядины, 1 кг свинины.

Задача 2.2. Два куска одинаковой ткани стоят вместе 9100р. Когда из первого куска продали столько, сколько было первоначально во втором, а из второго – половину того, что было первоначально в первом, то остаток первого куска оказался на 10м больше остатка второго куска. Сколько метров ткани было в каждом куске, если 1м ткани стоит 140р.?

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Как можно выразить разность остатков двух кусков? Сколько уравнений потребуется составить для решения задачи?

Поэтапная запись решения.

Пусть x м ткани – было первоначально в первом куске, y м – во втором. По условию: $(x + y) \cdot 140 = 9100$. Остаток первого куска будет равен $x - y$ м, а остаток второго: $y - \frac{x}{2}$ м. Значит, по условию получаем равенство: $(x - y) - \left(y - \frac{x}{2}\right) = 10$. Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 140 = 9100 \\ (x - y) - \left(y - \dfrac{x}{2}\right) = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 65 - x \\ \dfrac{3x}{2} - 2y = 10 \end{cases}$$

Домножим второе уравнение на 2 и применим метод подстановки, получим линейное уравнение:

$$3x - 4(65 - x) = 20$$

$$x = 40$$

$$y = 65 - 40 = 25$$

Ответ: 40 м, 25 м.

Задача 2.3. Четверо купцов имеют некоторую сумму денег. Известно, что, сложившись без первого, они соберут 90р.; сложившись без второго – 85р.; сложившись без третьего – 80р.; сложившись без четвёртого – 75р. Сколько у кого денег?

Решение.

Вопросы: сколько переменных требуется ввести, что они будут означать? Достаточно ли знать общую сумму денег, чтобы найти сумму денег каждого? Сколько уравнений потребуется составить для решения задачи?

Поэтапная запись решения.

Пусть x р., y р., m р., n р. – суммы денег, первого, второго, третьего и четвёртого купцов соответственно. Тогда, общая сумма денег составит $x+y+m+n$ р. Значит, зная общую сумму, сможем найти сумму каждого купца. По условию задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} y+m+n=90 \\ x+m+n=85 \\ x+y+n=80 \\ x+y+m=75 \end{cases}$$

Применим метод сложения к системе уравнений, сложив правые и левые части входящих в ней уравнений. Приведя подобные слагаемые, получим:

$$3(x+y+m+n\ )=330$$

$x+y+m+n=110$ (р.) – общая сумма денег.

Найдём сумму денег у каждого купца:

$x=110-(y+m+n)=110-90=20$ (р.) – сумма денег у первого купца;

$y=110-(x+m+n)=110-85=25$ (р.) – сумма денег у первого купца;

$m=110-(x+y+n)=110-80=30$ (р.) – сумма денег у первого купца;

$n = 110 - (x + y + m) = 110 - 90 = 35$ (р.) – сумма денег у первого купца.

Ответ: 20 р., 25 р., 30 р., 35р.

3) **Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности**. На данном этапе организуется индивидуальная самостоятельная работа обучающихся по вариантам. Варианты заданий представлены в приложении 1.

В 8 классе продолжается линия решения уравнений. Обучающиеся осваивают решение задач с экономическим содержанием на основе квадратных и дробно-рациональных уравнений.

1) Квадратные уравнения. К изучению данного раздела обучающиеся подходят после освоения способов решения квадратных уравнений (общая формула корней и теорема Виета). Основное смысловое содержание задач данного раздела связано с понижением и повышением цен товаров, а также определением процентного понижения или повышения цены. Например: цену товара повысили дважды на одно и то же число процентов; определить общий процент повышения цены, если даны начальная и окончательная стоимость товара?

2) Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений сводятся к решению квадратных и линейных уравнений. Задачи описывают ситуации с ожидаемыми и реальными результатами определённых экономических отношений, связанных конкретными условиями. Например: несколько субъектов решили сделать покупку определённой стоимости; однако несколько (известное число) отказались участвовать в покупке, и остальным пришлось уплатить на определённую сумму больше, чем предполагалось; требуется определить исходное число субъектов.

Представим конкретные задачи с экономическим содержанием на примере темы «Применение квадратных уравнений к решению экономических задач». Отметим, что методическая сторона организации процесса обучения в 7 классе совпадает с описанной ранее методикой 8 класса.

1) **Этап усвоения новых знаний и способов деятельности**.

Задача 1.1. Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 200 р., а окончательная 338 р.?

Решение.

Вопросы: что обозначить за переменную; можно ли выразить цену товара после первого повышения; можно ли выразить цену товара после второго повышения; можно ли составить уравнение?

Поэтапная запись решения.

Пусть цена товара каждый раз повышалась на x %, то есть на $\frac{x}{100}$ величины. Тогда $\left(200 + 200 \cdot \frac{x}{100}\right)$ р. – цена товара после первого повышения; $\left((200 + 2x) + (200 + 2x) \cdot \frac{x}{100}\right)$ р. – цена товара после второго повышения. Так как окончательная цена товара составляет 338 р., то получаем уравнение:

$$(200 + 2x) + (200 + 2x) \cdot \frac{x}{100} = 338$$

$$x^2 + 200x + 6900 = 0$$

$$x_1 = 30, x_2 = -230$$

Второй корень уравнения не подходит по смыслу задачи, поскольку число процентов не может быть отрицательным, цена увеличивалась.

Ответ: на 30%

Задача 1.2. Предмет первоначально стоил 25р. После того как цена была снижена дважды, он стал стоить 18р. При этом процент снижения во второй раз был в 2 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов снижалась цена каждый раз?

Решение.

Вопросы: что обозначить за переменную; можно ли выразить первое понижение цены можно ли выразить второе понижение цены; можно ли составить уравнение?

Поэтапная запись решения.

Пусть в первый раз цена предмета снизилась на x %. Это значит, что после первого снижения цены предмет стал стоить $25-25\cdot\frac{x}{100}=25\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)$р.

Во второй раз цена предмета снизилась на $2x$ %. Это значит, что после второго снижения цены предмет стал стоить $25\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{2x}{100}\right)$р.

По условия задачи после двух снижений цен предмет стал стоить 18р. Следовательно, искомое число должно быть корнем уравнения:

$$25\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{2x}{100}\right)=18$$

Перенеся все члены последнего уравнения в левую часть, умножив это уравнение на 200 и раскрыв скобки, получим уравнение:

$$x^2-150x+1400=0$$

$$x_1=10,\ x_2=140$$

Поскольку снизить цену предмета на 140% нельзя, то условию задачи удовлетворяет лишь корень $x_1=10$.

Итак, $x=10;\ \ 2x=20$

Ответ: цену снизили на 10%, затем на 20%.

Задача 1.3. Сбербанк в конце года начисляет один и тот же процент к сумме, находящейся у вкладчика. Через два года на сумму в 5000 денежных единиц было начислено 202 единицы. Какой процент начисляет банк ежегодно?

Решение.

Вопросы: что обозначить за переменную; можно ли выразить сумму вклада на счету после первого года; можно ли выразить сумму вклада на счету после второго года; можно ли составить уравнение?

Поэтапная запись решения.

Пусть x % – ежегодный начисляемый процент. Изначально сумма вклада составляла 5000 р. После начисления x % в первый год сумма вклада составит: $\left(5000 + 5000 \cdot \frac{x}{100}\right)$ денежных единиц. Аналогично, после начисления процентов во второй год, сумма вклада составит: $\left((5000 + 50x) + (5000 + 50x) \cdot \frac{x}{100}\right)$ денежных единиц. Зная, что сумма начислений за 2 года составил 202 денежных единиц, составим уравнение:

$$(5000 + 50x) + (5000 + 50x) \cdot \frac{x}{100} = 5000 + 202$$

$$\frac{x^2}{2} + 100x + 5000 = 5000 + 202$$

$$x^2 + 200x - 404 = 0$$

$$x_1 = 2,\ x_2 = -202$$

Второй корень уравнения не подходит по смыслу задачи, поскольку число процентов не может быть отрицательным, сумма на счёте вклада увеличивалась.

Ответ: 2 %.

2) **Этап закрепления и систематизации знаний.**

Задача 2.1. Цена товара составляла 500р. После двух повышений цены товар стоил 546р. Известно, что во второй раз цена увеличилась на число процентов, меньшее на 1, чем в первый раз. На сколько процентов увеличилась цена в первый раз? Во второй раз?

Решение.

Вопросы: что обозначить за переменную; можно ли выразить первое повышение цены; можно ли выразить второе повышение цены; можно ли составить уравнение?

Поэтапная запись решения.

Пусть цена повысилась в первый раз на x %, тогда она стала равной $\left(500 + 500 \cdot \frac{x}{100}\right)$ р. Во второй раз она повысилась на (x – 1) % и стала равной $\left((500 + 5x) + (500 + 5x) \cdot \frac{x-1}{100}\right)$ р. Зная, что стоимость товара после двух повышений стала равной 546 р., можем составить уравнение:

$$(500 + 5x) + (500 + 5x) \cdot \frac{x-1}{100} = 546$$

Вынесем общий множитель за скобки:

$$(500 + 5x) \cdot \left(1 + \frac{x-1}{100}\right) = 546$$

Раскрыв скобки, приведя подобные слагаемые, получим:

$$10x + \frac{5x(x-1)}{100} = 51$$

Домножим обе части уравнения на 100, раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим:

$$5x^2 + 995x - 5100 = 0$$

Разделим обе части уравнения на 5, получим:

$$x^2 + 199x - 1020 = 0$$

$$x_1 = 5,\ x_2 = -204$$

Второй корень уравнения не подходит по смыслу задачи, поскольку число процентов не может быть отрицательным, цена увеличивалась. Значит, в первый раз цена увеличилась на 5%, а во второй раз – на $5 - 1 = 4$ %.

Ответ: цена увеличилась сначала на 5 %, затем на 4 %.

Задача 2.2. Оптовый склад покупает товар по 800 р. и продаёт его, повысив цену на некоторое число процентов. Магазин покупает тот же товар на оптовом складе и продаёт его, повысив цену на число процентов, в 1,5 раза большее, чем оптовый склад. В результате цена товара в магазине составляет 1248 р. На сколько процентов увеличивает цену оптовый склад? Магазин?

Решение.

Вопросы: что обозначить за переменную; можно ли выразить цену перепродажи склада; можно ли выразить цену перепродажи магазина; можно ли составить уравнение?

Поэтапная запись решения.

Пусть оптовый склад увеличивает цену на *x* %, тогда магазин – на

$1,5\ x$ %. Изначально цена товара составляет 800 р. Оптовый склад перепродаёт этот товар по цене: $\left(800 + 800 \cdot \frac{x}{100}\right)$ р. Затем магазин перепродаёт товар по цене: $\left((800 + 8x) + (800 + 8x) \cdot \frac{1,5x}{100}\right)$ р. По условию, эта цена товара составляет 1248 р., составим уравнение:

$$(800 + 8x) + (800 + 8x) \cdot \frac{1,5x}{100} = 1248$$

Вынесем общий множитель за скобки:

$$(800 + 8x) \cdot \left(1 + \frac{1,5x}{100}\right) = 1248$$

Раскрыв скобки, приведя подобные слагаемые, получим:

$$20x + \frac{12x^2}{100} = 448$$

Домножим обе части уравнения на 100, раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим:

$$12x^2 + 2000x - 44800 = 0$$

Разделим обе части уравнения на 4, получим:

$$3x^2 + 500x - 11200 = 0$$

$$x_1 = 60,\ x_2 = -560$$

Второй корень уравнения не подходит по смыслу задачи, поскольку число процентов не может быть отрицательным, цена увеличивалась. Значит, оптовый склад увеличил цену на 60 %, а магазин на $60 \cdot 1,5 = 90\%$

Ответ: склад увеличил цену на 60 %, а магазин на 90 %

3) **Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности**. На данном этапе организуется индивидуальная самостоятельная работа обучающихся по вариантам. Варианты заданий представлены в приложении 1.

2.5. Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в 9 классе

В 9 классе обучающиеся закрепляют полученные ранее представления о простых и сложных процентах, решая экономические задачи, связанные с вкладами, кредитами, штрафами, премиями и другими финансовыми отношениями. Теоретической основой решения задач служат знания об арифметической и геометрической прогрессии.

1. Арифметическая прогрессия. Обучающиеся осваивают понятие арифметической прогрессии, формулу суммы и n-ого члена. Предлагаются задачи на оптимальный выбор финансовой стратегии, определение денежной суммы за период (например, зарплаты), распределение финансов. Например: работнику предлагаются следующие условия оплаты: известна сумма зарплаты в первый месяц, а в каждый следующий он будет получать на данную сумму больше, чем в предыдущий; требуется определить заработок работника за год. Другой пример: дан размер премиального фонда в некоторой фирме с известным числом сотрудников; требуется обозначить план распределения финансов между сотрудниками, чтобы каждый следующий получил на определённую сумму больше предыдущего.

2. Простые проценты. Теоретической основой для решения задач является арифметическая прогрессия. В содержании задач описываются

ситуации, когда с некоторой периодичностью определённая денежная сумма увеличивается (или уменьшается) каждый раз на одно и то же число процентов от первоначальной суммы. Например: «В случае нарушения издательством сроков выплаты авторского вознаграждения издательство выплачивает неустойку в размере (указан процент) в день от суммы вознаграждения. В конкретном случае известна сумма вознаграждения и число просроченных дней. Требуется определить, какую сумму должен получить автор».

3. Геометрическая прогрессия. Обучающиеся осваивают понятие геометрической прогрессии, формулу суммы и n-ого члена. В состав входят задачи на оптимальный выбор финансовой стратегии и сравнение результатов стратегий, построенных на случаях арифметической и геометрической прогрессии. Также решаются различные задачи на определение денежной суммы за период (например, зарплаты) и задачи на распределение финансов. Кроме того, существуют задачи на построение графиков роста денежных сумм по условиям арифметической и геометрической прогрессиях. Построение и визуальный таких графиков анализ даёт обучающимся более глубокое понимание различия арифметической и геометрической прогрессии. Приведём пример формулировки такой задачи: «На фирме «Аз» и «Буки» средняя зарплата в начале года равнялась 10000 р. На фирме «Аз» она повышалась ежеквартально на 2000 р., а на фирме «Буки» - в 1,2 раза. Постройте графики роста зарплат на этих предприятиях. Для каждой последовательности запишите формулу n-ого члена».

4. Сложные проценты. Теоретической основой для решения задач является геометрическая прогрессия. В содержании задач описываются ситуации, когда с некоторой периодичностью определённая денежная сумма увеличивается (или уменьшается) каждый раз на некоторое число процентов, начисляемых на каждую новую сумму в соответствии с

периодом. Например: вкладчик внёс определённую сумму в банк под известный процент годовых на счёт, по которому сумма вклада ежегодно возрастает на этот процент; требуется найти сумму денег, которая будет находиться на счету вклада через определённое число лет.

Рассмотрим методику организации деятельности обучающихся по решению задач с экономическим содержанием в 9 классе на примере изучения темы «сложные проценты».

1) **Этап усвоения новых знаний и способов деятельности**. Педагог побуждает обучающихся к активной познавательной деятельности при работе с задачей. Он не предоставляет способ решения в готовом виде, а организовывает процесс продвижения по этапам решения в форме беседы-дискуссии. В процессе беседы педагог просит обучающихся провести анализ условия задачи, выдвинуть гипотезы, предложить план решения задачи. При этом в обсуждении участвует весь класс, обсуждая, дискутируя. Каждый школьник обосновывает свою гипотезу, доказывает её справедливость. Для поддержания дисциплины и формирования культуры общения необходимо донести до обучающихся правила организации данной формы работы (этапы):

- педагог ставит перед обучающимися проблемную задачу;

- у обучающихся на столах лежат три круга различных цветов: белый, зелёный и красный. Обучающиеся поднимают круги соответствующих цветов при возникновении желания проявить определённую активность. Белый цвет – означает желание высказать точку зрения: выдвинуть гипотезу, зелёный – означает согласие высказанным мнением, красный – это несогласие, означающее желание выступить оппонентом высказанного мнения.

- запрещается выступать или высказываться одновременно двум учащимся; при желании предложить решение проблемной задачи школьник поднимает белый круг, и, после разрешения педагога, он выдвигает свою гипотезу;

- после высказанной гипотезы педагог просит отреагировать класс и поднять каждого соответственно зелёный или красный круг.

- если все поднимают зелёный круг, и сам педагог согласен с гипотезой, то проблемный вопрос считается решённым; если поднимается хотя бы один красный круг, то происходит оппонирование, при котором оппонент объясняет причину своего несогласия и задаёт вопросы выступающему школьнику и педагогу.

- таким образом, устанавливается истинность выдвигаемых гипотез и решается каждая следующая проблемная задача.

Таким образом, школьники осознанно продвигаются на пути решения задачи. Данная форма организации деятельности позволяет обеспечить активность и сознательность деятельности обучающихся, сформировать культуру их общения и сформировать навыки решения задач.

Задача 1.1. На счёт в банке, который выплачивает 10 % годовых, положили 1000 р. Процент начисляется ежегодно на сумму вклада, находящуюся на счете вклада в конце текущего года. Какая сумма окажется на счете вклада через 10 лет? (ответ округлите до сотых)

Решим задачу двумя способами.

Решение, 1 способ.

Вы знаете, что за хранение денег в банке вкладчику начисляются проценты. Именно проценты будут определять доход по вкладу. При этом вкладчику нужно внести некоторую начальную сумму. Проанализируйте условие и выделите из него начальную сумму и процент по вкладу.

Начальная сумма равна 1000 р., процент по вкладу составляет 10 %.

Если вкладчик не снимает в конце года со счёта образовавшийся доход (как говорят, снимает проценты), то в конце следующего года 10 % начисляются уже на новую, увеличенную сумму и так далее.

Подумайте, что нам требуется знать, чтобы найти сумму на вкладе через 10 лет?

Нам нужно знать, сколько денег было на счету в конце 9 года. Тогда мы прибавим эту сумму к 10 % от этой суммы и получим искомую сумму. Но чтобы узнать сумму, накопленную за 9 лет, аналогично, надо знать сумму, накопленную за 8 лет. И так далее. В конечном итоге, достаточно знать сумму, накопленную за первый год.

Можно ли определить, какая сумма окажется на счету вкладчика через год после внесения начальных денег? На втором? На каждом следующем?

Можем определить накопление за 1 год. Так как 10 % от 1000 р. составляют 100 р., то через год на счёте окажется

$$1000 + 100 = 1100 \text{ (р.)}$$

К концу второго года 10 % нужно находить уже от суммы в 1100 р. Так как $1100 \cdot 0{,}1 = 110$ (р.), то через 2 года на счёте будет

$$1100 + 110 = 1210 \text{ (р.)}$$

Так как 10 % от 1210 р. составляют $1210 \cdot 0{,}1 = 121$(р.), то через 3 года на счёте окажется

$$1210 + 121 = 1331 \text{ (р.) и так далее.}$$

Проделайте аналогичные действия самостоятельно, подсчитав сумму вклада через 10 лет. Действуя подобным образом, с помощью последовательных вычислений найдём, что через 10 лет сумма вклада составит 2593,74 р.

Обратите внимание, что ответ на поставленный вопрос требует довольно длительных подсчётов. А, если бы нас просили узнать сумму счёта на вкладе за гораздо большее число лет? Подумайте, можем ли мы найти более рациональный способ решения? Попробуйте размыслить о процентном увеличении суммы вклада.

Решение, 2 способ.

Можем ли мы найти, сколько процентов каждая «новая» сумма составляет от «старой», зная процент по вкладу?

Через год начальная сумма вклада увеличится на 10 %, значит, новая сумма составит 110 % от первоначальной суммы. Таким образом, через год вклад увеличится в $\frac{110}{100} = 1{,}1$ раза и составит

$$1000 \cdot 1{,}1 \text{ (р.)}$$

Можем ли аналогично найти сумму на следующий год?

Ещё через год образовавшаяся на счёте сумма снова увеличится на 10%, то есть в 1,1 раза. Следовательно, через 2 года на счёте будет

$$(1000 \cdot 1{,}1) \cdot 1{,}1 = 1000 \cdot 1{,}1^2 \text{ (р.)}$$

Далее, ещё через год эта сумма тоже увеличится в 1,1 раза, и через 3 года на счёте окажется

$$(1000 \cdot 1{,}1^2) \cdot 1{,}1 = 1000 \cdot 1{,}1^3 \text{ (р.)}$$

Можете ли вы увидеть какую-либо зависимость в последовательном изменении сумм на счёте в соответствии с годом? Попробуйте размыслить по поводу применения формулы геометрической прогрессии.

Заметим, что каждый год изначальная сумма вклада увеличивается в 1,1 раз, по сравнению с предыдущим годом. Имеем дело с геометрической прогрессией, первый член которой $b_1 = 1000$, а знаменатель $q = 1{,}1$.

Не вычисляя промежуточных результатов, можем сразу перейти к последней итерации для выражения искомой суммы на счёте.

В соответствии с установленной закономерностью, получим, что накопления за 10 лет (на 11 год) численно будут равны 11 члену геометрической прогрессии и составят

$$1000 \cdot 1{,}1^{10} = 2593{,}74 \text{ (р.)}$$

Для вычисления больших степеней чисел можно воспользоваться калькулятором.

Ответ: 2593,74 р.

Задача 1.2. В начале месяца вкладчик положил на счёт в банке a р. при условии, что ежемесячно на его счёт будет начисляться p% от той суммы, вклада, которая будет находиться на его счёте в начале этого месяца. Вкладчик не снимал денег со счёта n месяцев, а в начале (n+1)-ого месяца снял все деньги со счёта. Какую сумму он снял со счёта?

Решение.

Проанализируйте условие, известна ли первоначальная сумма вклада? Известен ли процент по вкладу? Как можно посчитать, сколько рублей будет у вкладчика через месяц?

Известна начальная сумма вклада, которая составляет a р. Также известен процент по вкладу, который равен p%. Можем найти, сколько рублей окажется на счету вкладчика через месяц. Изначальная сумма вклада увеличится на p%, то есть на $\frac{a \cdot p}{100}$ р. Тогда сумма вклада составит:

$$a + \frac{a \cdot p}{100} = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \text{ р.}$$

Во сколько раз возрастает сумма вклада при его увеличении на p %?

Видим, что каждый месяц сумма на счёте будет увеличиваться в

$$q = 1 + \frac{p}{100} \text{ раз.}$$

Можем ли мы найти теперь сумму на счёте, накопленную за n месяцев, то есть искомую сумму, которую снял вкладчик в начале (n+1)-го месяца? Какое замечание требуется сделать, чтобы быстро добиться результата?

Заметим, что вклад растёт в геометрической прогрессии, поскольку начальная сумма вклада (a р.) увеличивается каждый следующий год в одно и то же число раз (возрастает в q раз). Значит, сумма, которую снимет со счёта вкладчик в начале (n+1)-ого месяца можно посчитать по общей формуле члена геометрической прогрессии, первый член которой $b_1 = a,$ а знаменатель $q = 1 + \frac{p}{100}$. Получим:

$$b_{n+1} = b_1 \cdot q^{n+1-1} = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Ответ: $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ р.

Полученная формула называется формулой сложных процентов.

Самостоятельное задание: по полученной формуле рассчитайте:

а) Какую сумму вкладчик снял со счёта, если a=600000, p=1, n=2?

б) Какую сумму вкладчик положил на счёт, если p=2, n=3, b=530604.

2) **Этап закрепления и систематизации знаний.** На данном этапе организуется групповая форма работы. Класс делится на 6 групп, примерно по 5 человек в каждой. Цель каждой группы – решить задачи, предлагаемые педагогом, а также придумать и решить по одной своей задаче. Группы соревнуются в решении задач. Побеждает группа, которая справляется с заданием первой (правильно решает все задачи, а также придумывает и решает свою задачу). Правильность решений проверяет педагог, подходя к каждой группе в процессе работы: он выполняет контролирующую функцию, может задавать наводящие вопросы. Педагог оценивает также качество придуманных задач. Придумывание условий задач является обязательным условием работы обучающихся.

После того, как 3 первые группы заканчивают работу, осуществляется разбор задач по методу снежного кома. При этом к доске педагог вызывает преимущественно обучающихся, которые находились в составе трёх «отстающих» групп. Обучающиеся трёх «групп-лидеров» также участвуют в обсуждении хода решения задач, поскольку не известна степень участия каждого отдельного школьника к решении задач внутри этих групп и уровень осознанности ими группового решения. Таким образом происходит коррекция, систематизация и закрепление знаний.

Для того чтобы обеспечить активность деятельности школьников первых трёх групп, которые уже справились с выполнением обязательных задач и осознали ход их решения, предлагается дополнительное задание.

Таким обучающимся предлагается решить 5 задач на дополнительную оценку из перечня составленных группами задач. Эти учащиеся сдадут тетради на проверку педагогу в конце урока и будут отдельно оценены.

При работе у доски обучающемуся задаются наводящие вопросы, класс участвует в обсуждении, выражая согласие или несогласие с выдвигаемыми гипотезами с помощью цветных кружков.

Задача 2.1. Михаил внёс в банк 10000 р. на счёт, по которому начисляют 8% годовых, на срок 5 лет. Определите сумму вклада на его счёте в конце каждого года и годовой доход в каждый из этих пяти лет.

Решение.

Для простоты восприятия и доступности можно оформить решение задачи в виде таблицы.

Таблица 2

Решение задачи путём последовательного заполнения таблицы

Год	1	2	3	4	5
Доход	$10000 \cdot 0{,}08 =$ $= 800$	$10800 \cdot 0{,}08 =$ $=864$	$933{,}12$	$1007{,}77$	$1088{,}39$
Сумма вклада	$10000 + 800 =$ $= 10800$	$10800 + 864 =$ $= 11664$	$12597{,}12$	$13604{,}89$	$14693{,}28$

Первые два столбца расписаны подробно, остальные заполняются по аналогии: представлены конечные результаты

Ответ: см. таблицу.

Задача 2.2. Виктор внёс на несколько лет 5000 р. на счёт, по которому начисляется 18 % годовых. Вычислите, каким будет доход по вкладу за третий год.

Решение, 1 способ.

Сначала определим, сколько будет на его счёте через два года:

$$5000 \cdot 1{,}18^2 = 6962 \text{ (р.)}$$

Найдём доход, который он получит от этой суммы в следующем году:

$$6962 \cdot 0{,}18 = 1253{,}16 \text{ (р.)}$$

Решение, 2 способ.

Определим, сколько будет на его счёте через 2 года и через 3 года, а затем найдём разницу:

$$5000 \cdot 1{,}18^2 = 6962 \text{ (р.) – через 2 года;}$$

$$5000 \cdot 1{,}18^3 = 8215{,}16 \text{ (р.) – через 3 года;}$$

$$8215{,}16 - 6962 = 1253{,}16 \text{ (р.) – искомый доход.}$$

Ответ: $1253{,}16$ р.

Задача 2.3. Вкладчик открыл счёт в банке, внеся 2000 р. на вклад, годовой доход по которому равен 12 %.

а) Какая сумма будет находиться на счёте: через 1 год; через 2 года; через 5 лет?

б) Через сколько лет сумма на счёте превзойдёт удвоенный начальный вклад?

в) Запишите формулу для вычисления количества денег на счёте через n лет.

Решение.

а, в) В задаче идёт речь о сложных процентах, общая формула которых: $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

В соответствии с ней, сумма на счёте через n лет составит:

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n \text{ (р.)}$$

Сумма на счёте через 1 год составит:

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^1 = 2000 \cdot 1{,}12^1 = 2240 \text{ (р.)}$$

Сумма на счёте через 2 года составит:

$$2000 \cdot 1{,}12^2 = 2508{,}8 \text{ (р.)}$$

Сумма на счёте через 5 лет составит:

$$2000 \cdot 1{,}12^5 = 3524{,}68 \text{ (р.)}$$

б) Удвоенный начальный вклад составляет 4000 (р.).

Сумма на счёте через 6 лет составит:

$$2000 \cdot 1{,}12^6 = 3947{,}65 \text{ (р.)}$$

Сумма на счёте через 7 лет составит:

$$2000 \cdot 1{,}12^7 = 4421{,}36 \text{ (р.)}$$

$4421{,}36 > 4000$, значит, сумма на счёте превзошла удвоенный начальный вклад. Это произошло через 7 лет после внесения начальной суммы вклада.

Ответ: а) 2240 р., $2508{,}8$ р., $3524{,}68$ р.; б) через 7 лет; в) $2000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n$

3) **Этап контроля и коррекции знаний и способов деятельности**. На данном этапе организуется индивидуальная самостоятельная работа обучающихся по вариантам. Варианты заданий представлены в приложении 1.

Выводы по второй главе

Задачи с экономическим содержанием представлены в курсе алгебры основной школы несистематично и разбросано. Анализ учебно-методических комплектов позволил систематизировать задачи по математическому содержанию, выделяя темы, в которых обучающиеся встречаются с экономическим содержанием.

В ходе решения задач обучающиеся знакомятся с различными экономическими понятиями, глубже осознают практическую значимость математики в повседневной жизни, закрепляют конкретные математические навыки и математические понятия.

Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в ходе урочной деятельности предполагает организацию деятельности обучающихся на различных этапах работы с задачей.

Мотивировкой деятельности является само знакомство обучающихся с задачей, поскольку она описывает новую практическую ситуацию, представлена в новой, не знаковой для обучающихся формулировке, а также предполагает поиск нового способа деятельности обучающихся. Эти же аспекты являются основой создания проблемной ситуации. Создание проблемности является основным приёмом на этапе усвоения новых знаний в решении задач.

Важнейшим аспектом является закрепление полученных знаний при решении новых задач. На данном этапе целесообразна организация совместных форм деятельности обучающихся: парных и групповых форм работ. При совместной работе обучающихся роль педагога снижается, но он также выполняет контролирующую функцию. Здесь также формируются коммуникативные навыки обучающихся. По завершению данной работы обучающиеся проводят коррекцию своей деятельности при фронтальном разборе задач по методу проблемного задания.

Завершающим этапом является контроль знаний обучающихся, при котором их деятельность переходит на уровень полной самостоятельности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формирование экономической грамотности человека является важной задачей в современных, постоянно изменяющихся социально-экономических условиях. Целесообразно заложить базовый уровень экономической грамотности уже в основной школе. Средством формирования базовой экономической грамотности у обучающихся служит обучение решению задач с экономическим содержанием.

Задачи с экономическим содержанием в курсе алгебры основной школы представлены в форме текстовых задач, описывающих реальные жизненные ситуации. Таким образом, решение данных задач подкрепляет принцип практико-ориентированного обучения в школе, и развитие у учащихся познавательного интереса.

Для более качественного усвоения знаний, процесс обучения целесообразно сочетать с современными педагогическими теориями и образовательными технологиями, такими как: технология на основе деятельностного метода Л.Г. Петерсон, теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина), технология проблемного обучения (Н.И. Махмутов, Т.В. Кудрявцев, А.М. Матюшкин). Эффективности образовательного процесса также способствует учёт возрастных особенностей обучающихся, который в частности проявляется в сочетании различных форм работ в ходе урочного процесса: фронтальной, самостоятельной, парной, групповой. Кроме того, личностному развитию обучающихся на основе возрастных особенностей способствует формирование коммуникативных навыков в решении проблемных ситуаций при различных формах работы.

В ходе проведённого теоретического исследования были получены следующие результаты:

1) Эффективности обучения решению задач с экономическим содержанием способствует реализация практико-ориентированного обучения.

2) При обучении решению задач с экономическим содержанием целесообразна организация проблемного обучения, состоящего в постановке проблемных задач с последующим построением проекта выхода.

3) Для качественного усвоения способов решения задач с экономическим содержанием целесообразно использовать такие формы организации учебной деятельности как: фронтальная работа по методу снежного кома, работа в парах сменного состава, деловые игры.

4) При обучении решению задач с экономическим содержанием в 5-6 классах целесообразно применять синтетический метод рассуждений, построение графических моделей.

5) При обучении решению задач с экономическим содержанием в 7-9 классах целесообразно использовать метод восходящего анализа.

6) Необходимо выстраивать систему задач с экономическим содержанием с выделением ключевой задачи.

7) В систему задач должны быть включены эвристические задачи.

Решение данных задач привело к успешному достижению цели работы – разработаны научно обоснованные методические рекомендации по обучению решению задач с экономическим содержанием в курсе алгебры основной школы.

Материал, представленный в квалификационной работе может служить современному педагогу вспомогательным средством для подготовки уроков математики, расширит кругозор интересующихся математикой обучающихся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гальперин П.Я., Талызина Н.Ф. Теория поэтапного формированияумственных действий как средство развития личности в учебной деятельности. [Электронный ресурс]. URL: https://www.bsu.by/Cache/pdf/428333.pdf (дата обращения: 30.04.2018)

2. Гущин.Д.Д. Встречи с финансовой математикой. Издание 8, дополненное и исправленное. [Электронный ресурс]. URL: https://ege.sdamgia.ru/doc/math/gushchin_dd-finmatematika.pdf (дата обращения: 30.04.2018)

3. Дорофеев Г.В. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – М.: Просвещение, 2017. – 287 с.

4. Дорофеев Г.В. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – М.: Просвещение, 2016. – 287 с.

5. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – М.: Просвещение, 2016. – 320 с.

6. Дорофеев Г.В. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина.. – М.: Просвещение, 2016. – 336 с.

7. Егупова, М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: учебное пособие для студентов педвузов / М.В. Егупова. – М.: МПГУ, 2014. – 208 с.

8. Казаков Н.А., Артамонова Е.И. Роль мотивации учителя в учебной деятельности / Студенты – будущие педагоги об актуальных проблемах теории и практики образования: Сборник статей. – 2016. – С. 15–17.

9. Казаков Н.А., Артамонова Е.И. Роль мотивации в развитии субъектности обучающихся общеобразовательной организации / Наука на благо человечества – 2017: Сборник статей. – 2017. – С. 294 – 298.

10. Казаков Н.А. Роль задач с экономическим содержанием в основном общем образовании / Профессионализм педагога: сущность, содержание, перспективы развития: Сборник статей. – Москва, МГОУ. / Под ред. Е.И. Артамоновой. В 2 ч. Часть 2. – М.: МАНПО, 2018. – 480 с.

11. Казаков Н.А., Забелина С.Б. Реализация творческого аспекта учебной деятельности обучающихся на уроках математики / Наука на благо человечества – 2016: Сборник статей. – Москва: ИИУ МГОУ, 2016. – С. 35 – 41.

12. Катков О.А. Психологические особенности развития доброжелательности учителей / Международный научный журнал «Инновационная наука» №01 – 2: Сборник статей. – 2017. – С. 191–93.

13. Концепция развития математического образования в Российской федерации. [Электронный ресурс]. URL: https://минобрнауки.рф/документы/3894 (дата обращения: 30.04.2018)

14. Концепция Национальной программы повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации [Электронный ресурс] // М., 2009. URL: http://www.misbfm.ru/programma-fingramotnosti-naseleniya-rf (дата обращения: 21.11.2017).

15. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 7 класс: учебное пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.]. – М.: Просвещение, 2018. – 304 с.

16. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс: учебное пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.]. – М.: Просвещение, 2018. – 351 с.

17. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учебное пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.]. – М.: Просвещение, 2018. – 400 с.

18. Малова И.Е. Теория и методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов вузов / И.Е. Малова [и др.]. − М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. − 445 с.

19. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.

20. Муравин, Г. К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре 7 класса / Г. К. Муравин, О. В. Муравина. – М.: Дрофа, 2017. – 47 с.

21. Научная школа П.Я. Гальперина: история, современное состояние, перспективы развития: Сборник тезисов / Под ред. Карабановой О.А., Бурменской Г.В., Захаровой Е.И. – Москва, 2-3 октября 2017 г. – 407 с.

22. Никольский С.М. Математика. 5 класс: учеб. для обобщеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В.Шевкин] . – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 272 с.

23. Никольский С.М. Математика. 6 класс: учеб. для обобщеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В.Шевкин] . – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 256 с.

24. Петерсон Л.Г. «Дидактические принципы деятельностного метода в системе непрерывного образования»//Педагогическое образование и наука: Научно-методический журнал. – 2014. – №2. – с.59-64.

25. Петров, В.А. Прикладные задачи на уроках математики. Кн. для учителя. – Смоленск: СГПУ, 2001. – 268 с.

26. Пойа. Д. Как решать задачу: Учебное пособие / Д. Пойа; пер. с англ. В. С. Бермана; под ред. и с предисл. И. М. Яглома – М.: Либроком, 2010. – 208 с.

27. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. И.А. Сафронова]. – М.: Просвещение, 2016. – 416 с. – (Стандарты второго поколения).

28. Саранцев Г.И. Методика обучения математике: методология и теория. [Электронный ресурс]. URL: http://www.twirpx.com/
file/583820/ (дата обращения: 21.03.2018).

29. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: В 2-х томах, Т. 1: учебно-методическое пособие/ Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 2005. – 556 с.

30. Суховинеко Е.А., Самигуллина С.А. и др. Теория и методика обучения математике: общая методика : учеб. пособие / Е. А. Суховиенко, З. П. Самигуллина, С. А. Севостьянова, Е. Н. Эрентраут. − Челябинск: Изд-во «Образование», 2010. − 65 с.

31. Сухомлинский В.А. Родительская педагогика: Научная статья [Электронный ресурс]. URL: http://azbyka.ru/deti/v-a-suhomlinskij-roditel-skaya-pedagogika (дата обращения: 30.04.2018)

32. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология: Учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений. [Электронный ресурс].URL: http://pedlib.ru/Books/1/0098/1_0098-1.shtml (дата обращения: 30.04.2018)

33. Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

34. Узнадзе Д. Н. Общая психология / Пер. с грузинского Е. Ш. Чомахидзе; Под ред. И. В. Имедадзе. − М.: Смысл; СПб.: Питер, 2004. – 413 с.

35. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования/ М-во образования и науки Рос. Федерации. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 48 с.

36. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». – М.: Издательство «Омега-Л», 2014. – 135 с. – (Законы Российской Федерации).

37.Фридман, Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. Уч. пос. для учит. и ст. педвузов и колледжей. – М. : Шк. Пресса, 2002. – 208 с.

38. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова . – 5-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2014. – 79с.

39. Чепинога Г.В. Рабочая программа по предмету математика в экономике. Муниципальное бюджетное образовательное учреждение общеобразовательная гимназия No3, город Иваново [Электронный ресурс].URL:http://school3.ivedu.ru/data/prog/rabochaya_programma_po_kursu_matematika_v_ekonomike_10_-_11_klass..pdf (дата обращения: 30.04.2018)

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Материалы для организации контроля знаний обучающихся (рис. 8 – 13)

Вариант 1	Вариант 2
№1. а) За рубашку папа заплатил на 200р. больше, чем за галстук. Известно, что рубашка дороже галстука в 4 раза. Сколько стоит рубашка? б) Календарь дороже общей тетради в 2 раза, а вместе они стоят 36р. Сколько стоит календарь? №2. Фломастеры дороже карандашей на 24 р., а вместе они стоят 160 р. Сколько стоят фломастеры? №3. Шарф дешевле куртки в 6 раз, куртка дороже шапки в 2 раза. Что дешевле: 7 шарфов или 3 шапки? №4. Игорь и Антон открыли совместный вклад в банке. Вклад Игоря составляет 5 части общих вложенных средств, а Антона – 4 части. Какую сумму вложил в банк Антон, если общая сумма составляет 81000 р.? №5. Паша, Вера и Коля вложили денежные средства в развитие своей общей фирмы. Вклад Паши составил 7 частей от общей суммы, Веры – 4 части, Коли – 5 частей. Какова общая вложенная сумма, если вклад Веры составил 350000 р.? №6. Мама купила сыну 12 карандашей по 5 р. и по 7р. Всего за карандаши она заплатила 68 р. Сколько карандашей по 5 р. и сколько по 7 р. купила мама?	№1. а) За рубашку папа заплатил на 100р. больше, чем за галстук. Известно, что рубашка дороже галстука в 3 раза. Сколько стоит рубашка? б) Книга дороже тетради в 3 раза, а тетрадь дешевле книги на 12р. Сколько стоит книга? №2. Ранец и пенал вместе стоят 1430 р. Ранец на 1250 р. дороже пенала. Сколько рублей стоит ранец? №3. Шарф дешевле куртки в 6 раз, куртка дороже шапки в 2 раза. Что дешевле: 5 шапок или 2 куртки? №4. Игорь и Антон открыли совместный вклад в банке. Вклад Игоря составляет 3 части общих вложенных средств, а Антона – 5 части. Какую сумму вложил в банк Антон, если общая сумма составляет 64000 р.? №5. Паша, Вера и Коля вложили денежные средства в развитие своей общей фирмы. Вклад Паши составил 7 частей от общей суммы, Веры – 4 части, Коли – 5 частей. Какова общая вложенная сумма, если вклад Коли составил 225000 р.? №6. Для новогодней ёлки купили 10 шаров по 25 р. и по 40 р. Все шары вместе стоили 340 р. Сколько купили тех и других шаров?

Рис. 8. Раздаточный материал для 5 класса

Вариант 1	Вариант 2
№1. а) Найти 17% от 30 р. б) Найти число, 45% которого равны 800 р. в) Из 80 р. потратили 72 р. Определите процент потраченных денег. №2. Ткань, цена которой 150 р. за метр, уценена на 8 %. Какова новая цена ткани? №3. Банк начисляет на вклад ежегодно 9 %. Сколько денег будет на счету через год, если было вложено 5000 р.? Сколько процентов эта сумма составляет от начального вклада? №4. За доставку и кондиционера заплатили 840 р. Это составляет 3% от стоимости машины. Сколько стоит стиральная машина? №5. В сентябре акции компании продавали по 250 р., а в октябре их цена понизилась, и акции стали продаваться по 200 р. На сколько процентов снизилась цена акции? №6. Во время акции хлеб стоимостью 20 р. за буханку продавали на 10 % дешевле. Сколько денег сэкономит покупатель, если он купит партию в 135 буханок?	№1. а) Найти 23% от 50 р. б) Найти число, 15% которого равны 300 р. в) Из 50 р. потратили 26 р. Определите процент потраченных денег. №2. Фруктовый сок подешевел на 15 %. Сколько стал стоить 1 л сока, если он стоил 20 р.? №3. Банк начисляет на вклад ежегодно 7 %. Сколько денег будет на счету через год, если было вложено 9000 р.? Сколько процентов эта сумма составляет от начального вклада? №4. За доставку и установку пожарной сигнализации заплатили 730 р. Это составляет 5% от стоимости машины. Сколько стоит стиральная машина? №5. Акции фирмы в январе стоили 50 р. В феврале их цена понизилась на 2 р. На сколько процентов понизилась цена акций? №6. Во время акции раки стоимостью 90 р. за буханку продавали на 30 % дешевле. Сколько денег сэкономит покупатель, если он купит партию в 350 раков?

Рис. 9. Раздаточный материал для 6 класса

Вариант 1	Вариант 2
№1. Рассчитываясь за покупку, мальчик получил сдачи 70р. монетами достоинством 5р. и 10р. Всего он получил 10 монет. Сколько монет достоинством 5р. он получил? №2. Иван Петрович зарабатывает на 5000 р. в месяц больше Петра Ивановича, а вместе они зарабатывают за месяц 30000 р. Сколько зарабатывает за месяц каждый из них? №3. Школа приобрела 4 кресла и 2 стола, заплатив за них 36000р. Если бы было куплено 2 кресла и 3 стола, то вся покупка стоила бы на 14000р. меньше. Сколько стоят кресло и слот в отдельности? №4. Экспорт продукции A в 2005 г. Составлял 50 % всего экспорта некой страны, а в 2008 г. – 40 %. Причём общий объём экспорта продукции A за эти годы составил 47, 4 млрд. единиц национальной валюты. Экспорт же продукции B за эти годы составлял соответственно 6 % и 9%, а всего 8,46 млрд. единиц национальной валюты. Определите объём экспорта в 2008 гг.	№1. Рассчитываясь за покупку, мальчик получил сдачи 90р. монетами достоинством 5р. и 10р. Всего он получил 20 монет. Сколько монет достоинством 10р. он получил? №2. За горячую воду в квартире жилец уплатил на 100 р. меньше, чем за холодную. Вся плата за воду составляет 390 р. Сколько пришлось уплатить за горячую воду, а сколько – за холодную? №3. Для класса, в котором учатся 30 учеников, купили билеты в театр стоимостью по 100 и 150р. Сколько было куплено отдельно тех и других билетов, если их общая стоимость составила 3500р.? №4. Имеющиеся 45000р. клиент разделил на 2 части. Одну из них он положил на вклад «Депозитный», доход по которому составлял 9 % в год, но нельзя было снимать деньги в течение года. Другую часть он положил на вклад «До востребования», доход по которому составлял 1% в год, однако в любое время можно было взять деньги полностью или частично. В результате общий доход, полученный клиентом через год, составил 3410 р. Сколько денег положил клиент на вклад «Депозитный» и сколько на вклад «До востребования»?

Рис. 10. Раздаточный материал для 7 класса

Вариант 1	Вариант 2
№1. Цена товара снижалась два раза на одно и то же число процентов и снизилась в результате с 500 рублей до 320 рублей. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?	№1. Цена товара снижалась два раза на одно и то же число процентов и снизилась в результате с 700 рублей до 343 рублей. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?
№2. Положив в банк 5000 р., вкладчик через два года получил 5408 р. Какой процент начислял банк ежегодно?	№2. Положив в банк 4000 р., вкладчик через два года получил 4410 р. Какой процент начислял банк ежегодно?
№3. «Бетта-банк» в конце года начисляет один и тот же процент к сумме, находящейся у вкладчика. Через год на сумму в 8000 р. денежных единиц было начислено 406 единицы. Какой процент начисляет банк ежегодно?	№3. «Гамма-банк» в конце года начисляет один и тот же процент к сумме, находящейся у вкладчика. Через год на сумму в 7500 р. денежных единиц было начислено 304 единицы. Какой процент начисляет банк ежегодно?
№4. Цена товара составляла 800р. После двух повышений цены товар стоил 1030р. Известно, что во второй раз цена увеличилась на число процентов, большее на 2, чем в первый раз. На сколько процентов увеличилась цена в первый раз? Во второй раз?	№4. Цена товара составляла 450р. После двух повышений цены товар стоил 526р. Известно, что во второй раз цена увеличилась на число процентов, большее на 3, чем в первый раз. На сколько процентов увеличилась цена в первый раз? Во второй раз?
№5. За два месяца вклад увеличился на 21%. Сколько процентов в месяц банк платит вкладчику?	№5. За три месяца вклад увеличился на 37%. Сколько процентов в месяц банк платит вкладчику?

Рис. 11. Раздаточный материал для 8 класса

Вариант 1	Вариант 2
№1. Вкладчик положил в банк 5000 р. на счёт, по которому сумма вклада ежегодно возрастает на 8 %. Какая сумма будет у него на счету через 5 лет? №2. Новое ателье в первый год своей деятельности получило прибыль 400 тыс. р., а в течение следующих пяти лет его прибыль возрастала примерно на 50% в год. а) Какую прибыль получило ателье за пятый год своей деятельности? б) Какую прибыль получило ателье за все пять лет? в) Какова была его среднегодовая прибыль? №3. Дмитрий вложил на десять лет по 5000 р. на два разных счёта – с 10% годовых и 20% годовых. Каким будет доход по каждому из этих счетов за четвёртый год? Во сколько раз доход по второму вкладу будет больше дохода по первому вкладу? №4. Ирина внесла в конце января 1000 р. на счёт, по которому ежемесячно начисляется 2% от имеющейся на нём суммы. И затем в конце каждого месяца в течение года она вносила на этот счёт ещё по 1000 р., не снимая с него никаких сумм. Сколько рублей будет на её счёте в конце декабря?	№1. Ежегодный доход по вкладу «Юбилейный» составляет 6 %. Первоначальный вклад был равен 8000 р. Какая сумма будет на счету через 4 года? №2. Ольга вложила в банк 2000 р. под 10 % годовых на годовых на 4 года. Определите: а) какая сумма будет на счёте в конце каждого года; б) чему будет равен годовой доход Ольги в каждый год из этих четырёх лет; в) на сколько годовой доход за второй год больше дохода за первый; доход за третий больше дохода за второй и т.д. №3. Ярослав вложил на десять лет по 7000 р. на два разных счёта – с 20% годовых и 25% годовых. Каким будет доход по каждому из этих счетов за четвёртый год? Во сколько раз доход по второму вкладу будет больше дохода по первому вкладу? №4. Юлия внесла в конце января 7000 р. на счёт, по которому ежемесячно начисляется 1% от имеющейся на нём суммы. И затем в конце каждого месяца в течение года она вносила на этот счёт ещё по 2000 р., не снимая с него никаких сумм. Сколько рублей будет на её счёте в конце декабря?

Рис. 12. Раздаточный материал для 9 класса

Вариант 1	Вариант 2
№1. Премиальный фонд 10 000 р. надо разделить между десятью сотрудниками так, чтобы каждый следующий получил на 150 р. больше предыдущего. Как это сделать? №2. Плата за парковку машины на автостоянке начисляется следующим образом: за первый час берётся 23 р., а за каждый следующий час (полный или неполный) автовладелец платит 13 р. Заполните таблицу и запишите формулу, по которой можно вычислить плату за n часов. Сколько должен заплатить автовладелец за парковку, если он оставил автомобиль на стоянке на 15 ч 20 мин? на 12 суток? №3. Вкладчик положил в банк 40000р. Банк начисляет ежемесячно 5% дохода на сумму первоначального вклада. Какой доход получит вкладчик за 3 месяца? №4. Семья Комаровых взяла в банке потребительский кредит 200 тыс. р. на 24 месяца и оформила страховку от несчастных случаев и болезней заёмщика, стоимость которой составляет 0,4% от первоначальной суммы кредита ежемесячно. а) Сколько составляют страховые выплаты Комаровых за один месяц? за n месяцев после взятия кредита? б) Через сколько месяцев выплаты за страховку превысят 10 тыс. р.? №5. Некоторую сумму положили в банк под 25% годовых. Во сколько раз увеличится вложенная сумма за 6 лет, если начисляются простые проценты?	№1. Премиальный фонд 20 000 р. надо разделить между десятью сотрудниками так, чтобы каждый следующий получил на 120 р. больше предыдущего. Как это сделать? №2. Плата за парковку машины на автостоянке начисляется следующим образом: за первый час берётся 25 р., а за каждый следующий час (полный или неполный) автовладелец платит 14 р. Заполните таблицу и запишите формулу, по которой можно вычислить плату за n часов. Сколько должен заплатить автовладелец за парковку, если он оставил автомобиль на стоянке на 18 ч 30 мин? на 11 суток? №3. Вкладчик положил в банк 40000р. Банк начисляет ежемесячно 5% дохода на сумму первоначального вклада. Какой доход получит вкладчик за 3 месяца? №4. Цена нового автомобиля 360000 р. При нормальных условиях эксплуатации его продажная стоимость с каждым годом уменьшается на 8 % от первоначальной цены. а) За сколько рублей сможет продать автомобиль его владелец через 5 лет эксплуатации? через n лет эксплуатации? б) Через сколько лет продажная стоимость автомобиля станет меньше 150000 р.? Чему будет равна эта стоимость? №5. Некоторую сумму положили в банк под 10% годовых. Во сколько раз увеличится вложенная сумма за 10 лет, если начисляются простые проценты?

Рис. 13. Раздаточный материал к уроку

Приложение 2

Таблица 3

Технологическая карта урока

Этап урока	Форма организации деятельности	Деятельность педагога	Деятельность обучающихся
Проверка первичного усвоения теоретических знаний	Письменный теоретический опрос	Приветствует обучающихся, просит подготовиться к опросу, демонстрирует на слайде задания	Приветствуют педагога, подписывают листы, выполняют работу, затем сдают результаты педагогу
Проверка первичного усвоения практических умений, коррекция опорных знаний	Групповая работа	Делит класс на группы, выполняет контролирующую функцию, организует деятельность обучающихся, наводит на верное решение отстающие группы.	Осуществляют работу в группах, высказывают друг другу гипотезы, выстраивают план решения и реализуют его, предоставляют результаты педагогу, оказывают взаимопомощь и поддержку
Закрепление знаний и способов деятельности	Фронтальная работа	Задаёт обучающимся проблемные вопросы, стимулирует познавательную активность, наводит на ход решения, организует деятельность обучающихся по методу снежного кома	Участвуют в диалоге с педагогом, выдвигают гипотезы и опровергают их, используют опорные сигналы (цветные круги) для выражения активности и поддержания коммуникативной

			связи
Проверка усвоения знаний и способов деятельности, коррекция знаний	Парная работа	Выводит условия задач на слайды. После решения задач обучающимися, по методу проблемного задания демонстрирует обучающимся верное решение задачи. Объясняет, что данные задачи являются эквивалентными.	Обучающиеся в парах распределяют между собой задачи, решают свою задачу и затем меняются тетрадями. После разбора решения задач обучающиеся проверяют правильность решения соседа, оценивают его деятельность, а также оценивают качество проверки соседа (то есть ставят две оценки своему соседу).
Контроль знаний	Самостоятельная работа	Организует самостоятельную деятельность обучающихся	Самостоятельно выполняют задания и сдают работу педагогу
Подведение итогов урока, рефлексия	Беседа	Обсуждает с обучающимися домашнее задание, оценивает качество работы обучающихся, подводит результаты урока и организует рефлексию обучающихся	Подводят итоги урока с педагогом, задают вопросы, формируют представления о домашнем задании, оценивают результаты своей деятельности на уроке, осуществляют рефлексию

Приложение 3

Конспект урока «Арифметическая прогрессия, простые проценты»

Класс: 9 кл

Тип урока: урок закрепления новых знаний.

Цель урока – закрепить знания об арифметической прогрессии на решении задач с экономическим содержанием.

Задачи урока:

- образовательная: закрепить знания об арифметической прогрессии при решении задач, познакомить обучающихся с формулой простых процентов;

- воспитательная: способствовать формированию культуры общения, коммуникативных навыков и адекватной самооценки при организации фронтальной, парной, групповой и самостоятельной формах работы;

- развивающая: поддержание познавательной активности учащихся, мотивация школьников посредством решения практических задач и демонстрации межпредметных связей.

Этапы урока и соответствующие формы организации деятельности:

1. Проверка первичного усвоения теоретических знаний. Письменный теоретический опрос.

2. Проверка первичного усвоения практических умений, коррекция опорных знаний. Групповая работа.

3. Закрепление знаний и способов деятельности. Фронтальная работа.

4. Проверка усвоения знаний и способов деятельности, коррекция знаний. Парная работа.

5. Контроль знаний. Самостоятельная работа.

6. Подведение итогов урока, рефлексия. Беседа.

Ход урока

1. Письменный теоретический опрос.

На данном этапе организуется небольшой письменный опрос учащихся, направленный на проверку знаний основных понятий и формул арифметической прогрессии. Педагог выводит вопросы на слайд.

Обучающиеся выполняют работу на подписанных листах, которые сдают затем педагогу. На работу отводится не более 5 минут.

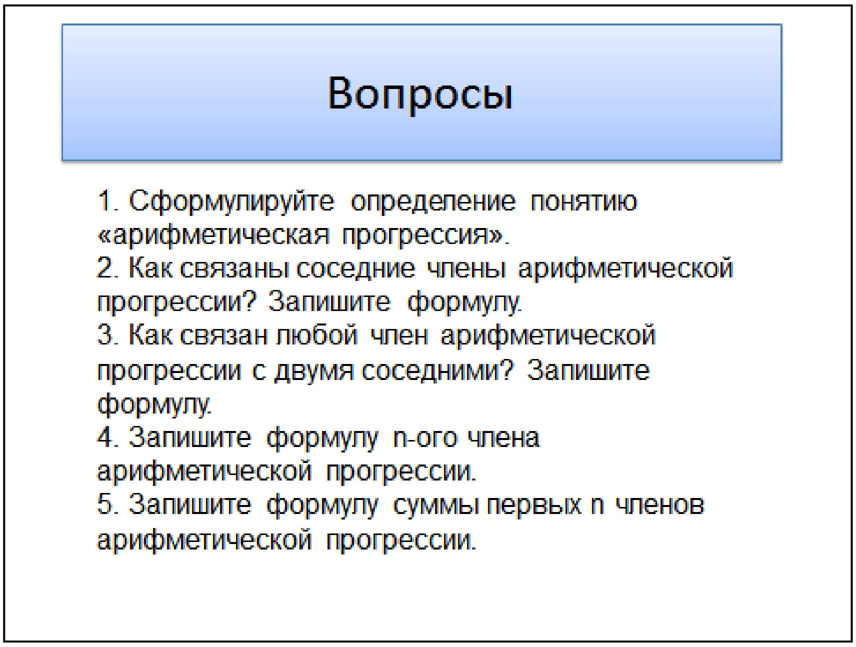

Рис.14. Вопросы к первичной проверке

2. Групповая практическая работа.

Класс делится на группы по 4-5 человека. Группы будут соревноваться в решении задач. Педагог предлагает обучающимся следующую практическую ситуацию (выводит условие задачи на слайд).

Рис.15. Условие задачи к групповой работе

После осознания группами условия задачи формулируются задания к описанной практической ситуации.

Рис.16. Задание 1 к групповой работе

Первые две группы, справившиеся с заданием первыми, объявляются победителями в «первом туре». Чтобы группа, которая справилась раньше остальных, не снижала активности, её участникам предлагается дополнительная задача. Педагог использует раздаточный материал – карточки.

Плата за парковку машины на автостоянке начисляется следующим образом: за первый час берётся 20 р., а за каждый следующий час (полный или неполный) автовладелец платит 12 р. Составьте таблицу и запишите формулу, по которой можно вычислить плату за n часов.

Рис.17. Дополнительный раздаточный материал к заданию 1

На меловую любой обучающийся победившей команды записывает последовательность чисел для 1-ого и 2-ого случаев.

Командам-победителям начисляются очки. Далее педагог выводит задание «второго тура».

Задание 2

Изобразите каждую из получившихся последовательностей точками в координатной плоскости: по горизонтальной оси откладывайте номер дня, а по вертикальной – полученную в этот день сумму денег.
Задайте каждую из этих последовательностей рекуррентным способом, обозначив первую из них за (a_n), а вторую – за (b_n).
Какой из способов выгоднее, если вы планируете получать деньги в течение одной недели? В течение одного месяца?

Рис.18. Задание 2 к групповой работе

Педагог выполняет контролирующую функцию: проверяет правильность выполнения заданий в группах, а также помогает отстающим группам, наводя их на верное решение. Три команды, выполнившие данное задание верно, считаются победителями. По ходу того, как определяются команды-победители данного тура, педагог даём им задание – объединиться с отстающими командами и помогать им в решении задания. Таким образом, происходит расширение команд по принципу снежного кома, обмен опытом решения задач и подтягивание слабых обучающихся.

По завершению групповой работы педагог обращает внимание, что вторая последовательность имеет особое название – последовательность Фибоначчи. Для поддержания познавательного интереса обучающихся педагог предлагает желающим выбрать тему для подготовки доклада на следующий урок (или для внеурочной деятельности). Предлагаемый список тем:

- последовательность Фибоначчи;
- арифметическая прогрессия в литературе;
- задачи древности (старинные задачи) на арифметическую прогрессию;
- арифметическая прогрессия и магические квадраты.

3. Фронтальная работа.

На данном этапе педагог осуществляет разбор задачи совместно с обучающимися по методу проблемного задания. При фронтальной работе обучающиеся используют разноцветные кружки для выдвижения гипотез, согласия или отрицания выдвигаемых суждений. Текст задачи демонстрируется на слайде.

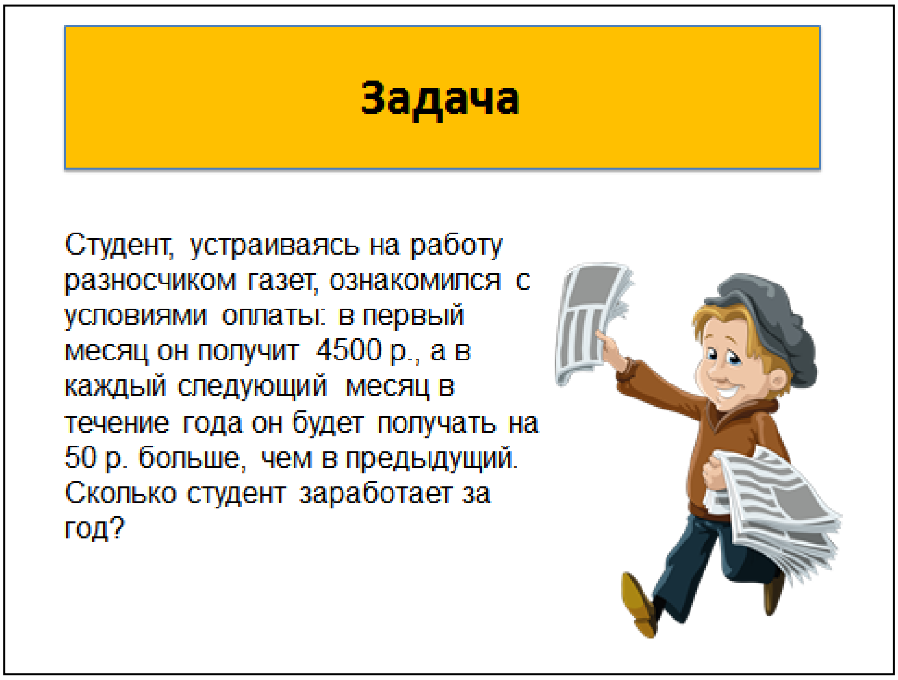

Рис.19. Задача 1 к фронтальной работе

Педагог задаёт вопросы при фронтальной работе, по методу восходящего анализа строится план решения:

- как можно применить знания о прогрессии в этой задаче?

- достаточно ли знать первый и последний член прогрессии, чтобы узнать сумму?

- достаточно ли знать первый член и разность, чтобы узнать последний член прогрессии?

- в задаче дана разность прогрессии и её первый член, значит, можем узнать сумму.

На доске поэтапно записывается решение задачи.

1) Заметим, что в задаче первоначальная зарплата увеличивается каждый раз на одно и то же число. Имеем дело с арифметической прогрессией. Первый её член $a_1 = 4500$. Разность $d = 50$. Последний её член будет соответствовать выплате за 12 месяц. Зарплата за год будет соответствовать сумме выплат за все 12 месяцев, то есть сумме первых 12 членов арифметической прогрессии.

2) По формуле суммы имеем:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

3) В нашем случае:

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 4500 + (12-1) \cdot 50}{2} \cdot 12 = 57300 \text{ (р.)}$$

Ответ: 57300 р.

Далее педагог предлагает разобрать ещё задачу (текст на слайде).

На решение данной задачи педагог приглашает к доске обучающегося. Работа осуществляется по методу снежного кома (то есть на каком-либо этапе решения педагог меняет учащегося, находящегося у доски на любого другого, который будет продолжать решение).

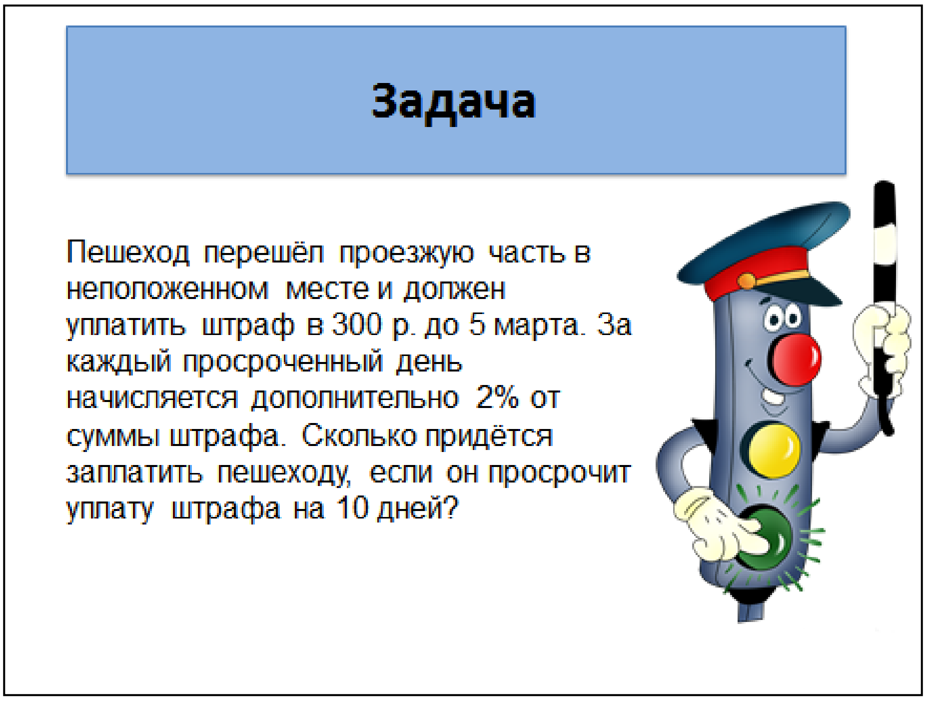

Рис. 20. Задача 2 к фронтальной работе

Поэтапное решение задачи.

1 способ.

1) Так как 2 % от 300 р. составляют 6 р., то за каждый просроченный день сумма штрафа будет увеличиваться на 6 р.

2) Если пешеход просрочит оплату на 1 день, то он заплатит

$$300 + 6 = 306 \text{ (р.)}$$

3) Если он просрочит оплату на 2 дня, то выплата составит:

$$300 + 6 \cdot 2 = 312 \text{ (р.)}$$

4) Если пешеход просрочит оплату на 3 дня, то он заплатит:

$$300 + 6 \cdot 3 = 318 \text{ (р.)}$$

5) и так далее… видим закономерность, получаем, что, если пешеход просрочит оплату на 10 дней, то он заплатит:

$$300 + 6 \cdot 10 = 360 \text{ (р.)}$$

2 способ.

1) Так как 2 % от 300 р. составляют 6 р., то за каждый просроченный день сумма штрафа будет увеличиваться на 6 р. Таким образом, штраф будет расти в арифметической прогрессии.

2) Так как пешеход просрочил штраф на 10 дней, то выплату штрафа он будет осуществлять на 11 день. Штраф за 10 дней будет соответствовать 11 члену арифметической прогрессии, у которой $a_1 = 300, d = 0{,}02 \cdot 300 = 6$.

Имеем: $a_{11} = 300 + (11 - 1) \cdot 6 = 360$ (р.).

Ответ: 360 р.

4. Парная работа.

Педагог демонстрирует на интерактивной доске условия задач.

Педагог предлагает разделиться обучающимся по парам (двое за партой) и выбрать себе одну из двух задач для решения. Обучающимся даётся 5 минут на самостоятельное решение задачи, затем пары меняются тетрадями. После чего педагог объявляет, что представленные формулировки задач являются эквивалентными. Решение является общим для обеих задач. Педагог демонстрирует правильное решение на доске, обсуждая его с классом. При фронтальной работе обучающиеся используют разноцветные кружки для выдвижения гипотез, согласия или отрицания выдвигаемых суждений. По ходу обучающиеся проверяют правильность решения соседа, оценивают его деятельность, а также оценивают качество проверки соседа (то есть ставят две оценки своему соседу).

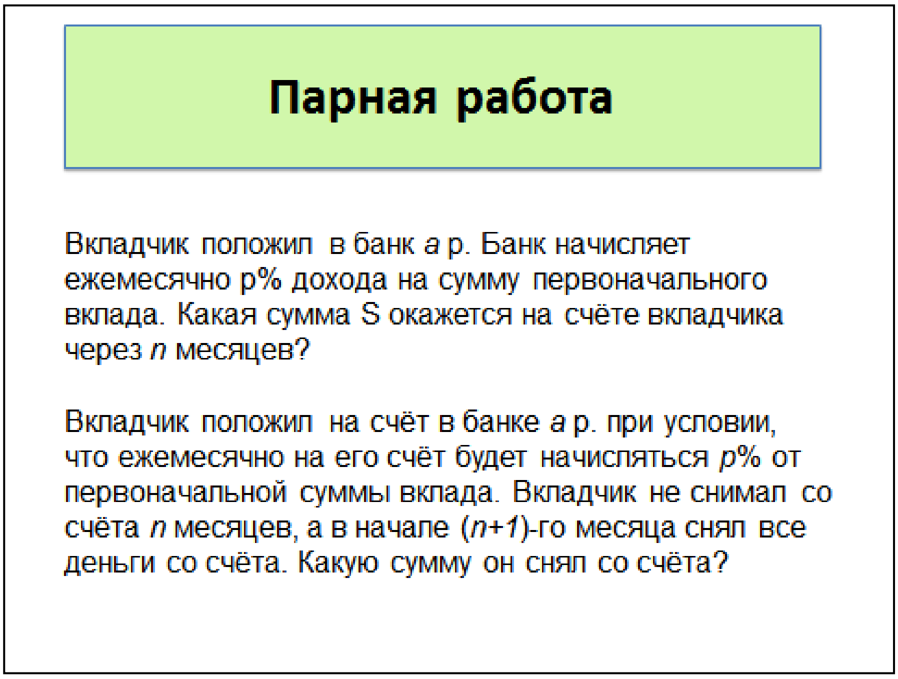

Рис. 21. Задачи к парной работе

Решение.

Сначала на счёте вкладчика было a р., через месяц у него было (a+d) р., где $d = \frac{a \cdot p}{100}$. Каждый месяц сумма на счёте увеличивалась на одну и ту же сумму d р., поэтому через n месяцев на счёте вкладчика была сумма

$$a + nd = a + n \cdot \frac{a \cdot p}{100} = a \cdot \left(1 + \frac{np}{100}\right) \ (\text{р.})$$

Ответ: $a \cdot \left(1 + \frac{np}{100}\right)$ р.

Заметим, что если рассмотреть арифметическую прогрессию с первым членом $x_1 = a$ и разностью $d = \frac{a \cdot p}{100}$, то, вычислив по формуле общего члена арифметической прогрессии (n+1)-й член, получим тот же результат:

$$x_{n+1} = x_1 + (n + 1 - 1)d = a + n \cdot \frac{a \cdot p}{100} = \ a \cdot \left(1 + \frac{np}{100}\right) \ .$$

Если проценты начисляют на постоянную сумму, то говорят, что начисляют **простые проценты**, а формулу $S = a \cdot \left(1 + \frac{np}{100}\right)$ называют **формулой простых процентов**.

5. Самостоятельная работа.

На данном этапе организуется самостоятельная работа по вариантам. Педагог использует раздаточный материал (рис. 21).

6. Подведение итогов урока, рефлексия.

Обучающимся предлагаются задачи в качестве домашнего задания. Педагог даёт обучающимся время прочитать их, задать вопросы.

- В случае нарушения издательством сроков выплаты авторского вознаграждения издательство выплачивает неустойку в размере 0,1 % в день от суммы вознаграждения. Авторское вознаграждения составило 100000 р. и было выплачено на 30 дней позже назначенного срока. Какую сумму должен получить автор?
- В сентябре семья Савельевых заплатила 240 р. за школьные завтраки. В дальнейшем плата за завтраки ежемесячно увеличилась на 2% от суммы, внесённой в сентябре.
  а) Сколько заплатили Савельевы за завтраки в декабре?
  б) Сколько всего заплатили за завтраки с сентября по декабрь?
- По договору с издательством автор должен получить за книгу 4000 р. За каждый просроченный день выплаты должны увеличивать дополнительно 0,1 % от этой суммы.
  а) Сколько должно выплатить автору издательство, если выплата просрочена на 60 дней? Сколько процентов это составит от планируемой суммы?
  б) Через сколько дней издательству придётся заплатить автору вдвое больше, чем планировалось?

Рис. 22. Домашнее задание

Осуществляется оценка деятельности обучающихся, кратко освещаются основные результаты урока.

Рефлексию можно провести следующим образом: в тетрадях на полях поставьте четыре оценки от 1 до 10. Первая: на сколько вы оцениваете свою работу, вторая – на сколько вы оцениваете работу одноклассников, третья – на сколько вы оцениваете работу педагога, четвёртая – на сколько вы оцениваете своё эмоциональное состояние. По желанию можно оставить педагогу «послание», написав его также в тетрадь. В послании могут отражаться просьбы, советы или жалобы, а также ответ на вопрос: «чем Вам может помочь Ваш педагог?»

Конец урока.